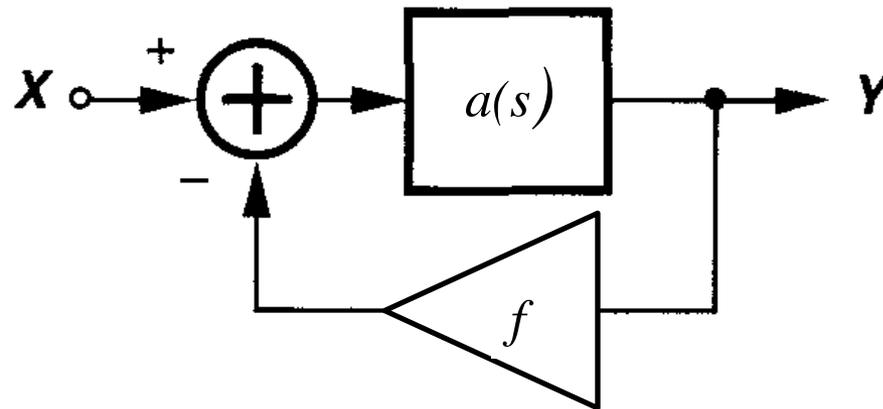


Estabilidad en sistemas realimentados

Esquema general de un sistema realimentado



$$\frac{Y}{X} = \frac{a(s)}{1 + af(s)}$$

La transferencia tiende a infinito a una frecuencia ω_1 tal que:

$$af(j\omega_1) = -1$$

$$af = \text{ganancia de lazo} = T$$

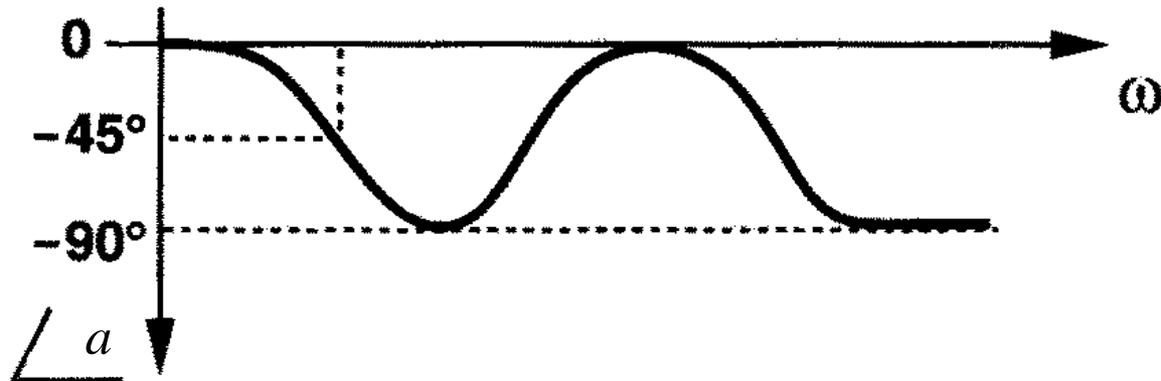
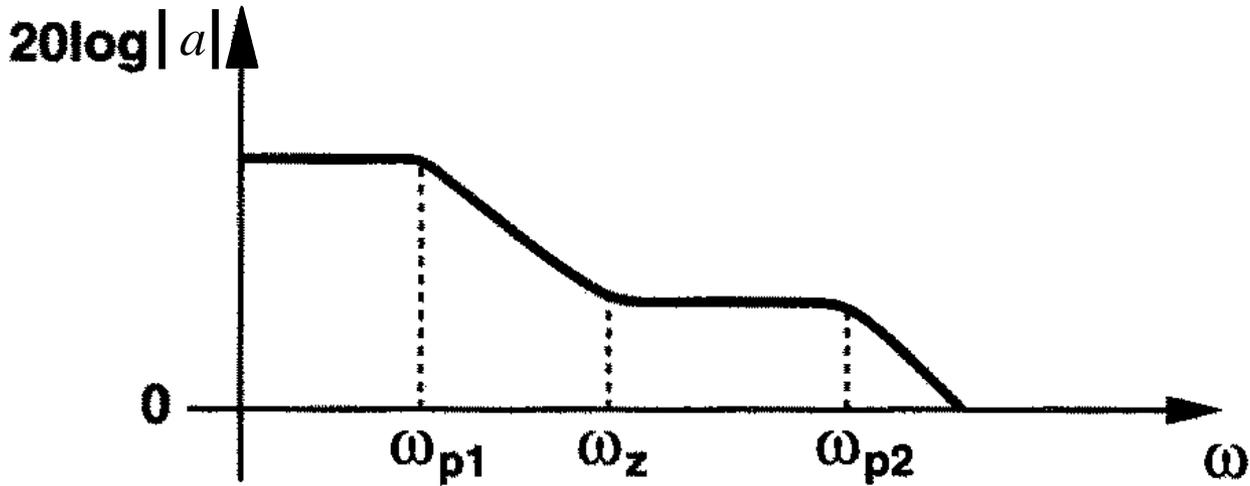
Lo cual puede expresarse también como:

$$|af(j\omega_1)| = 1$$

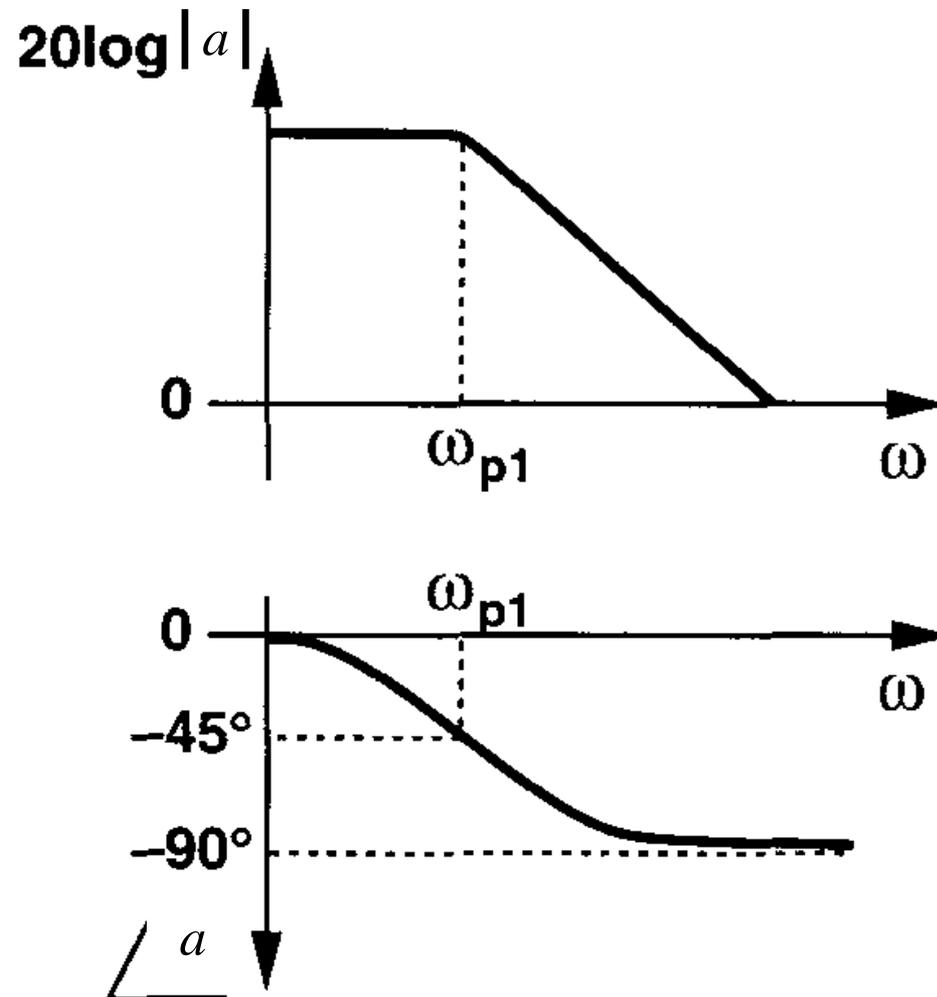
$$\angle |af(j\omega_1)| = -180^\circ$$

Que es conocido como criterio de **Barkhausen**

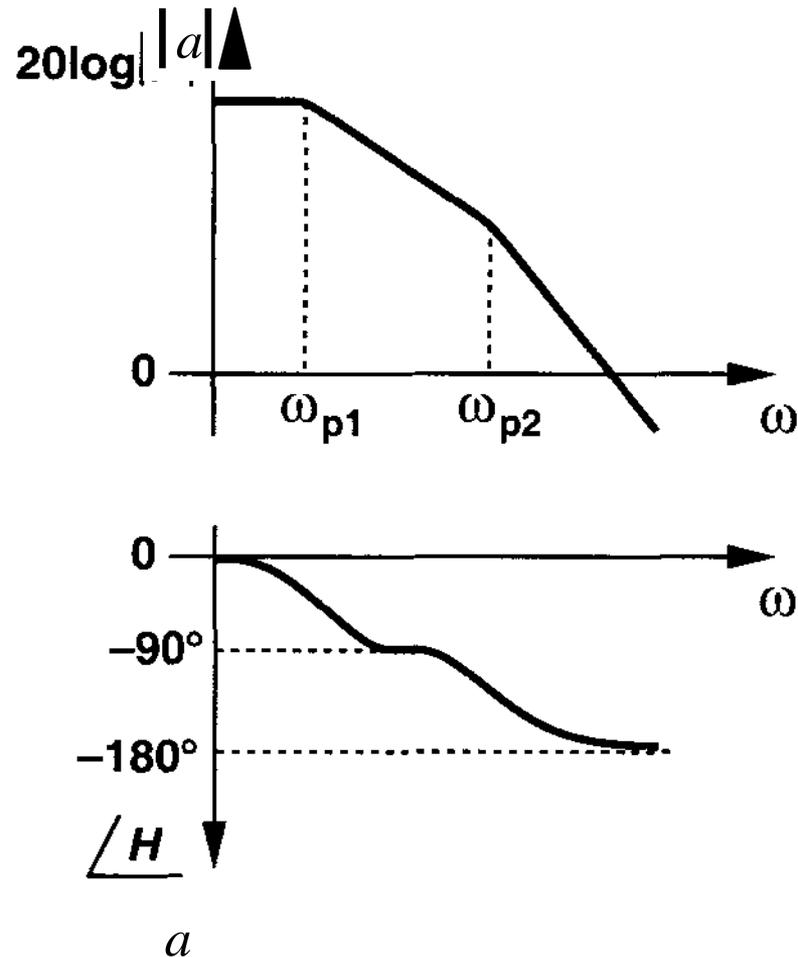
Efecto de los polos y ceros en la respuesta en frecuencia de un sistema



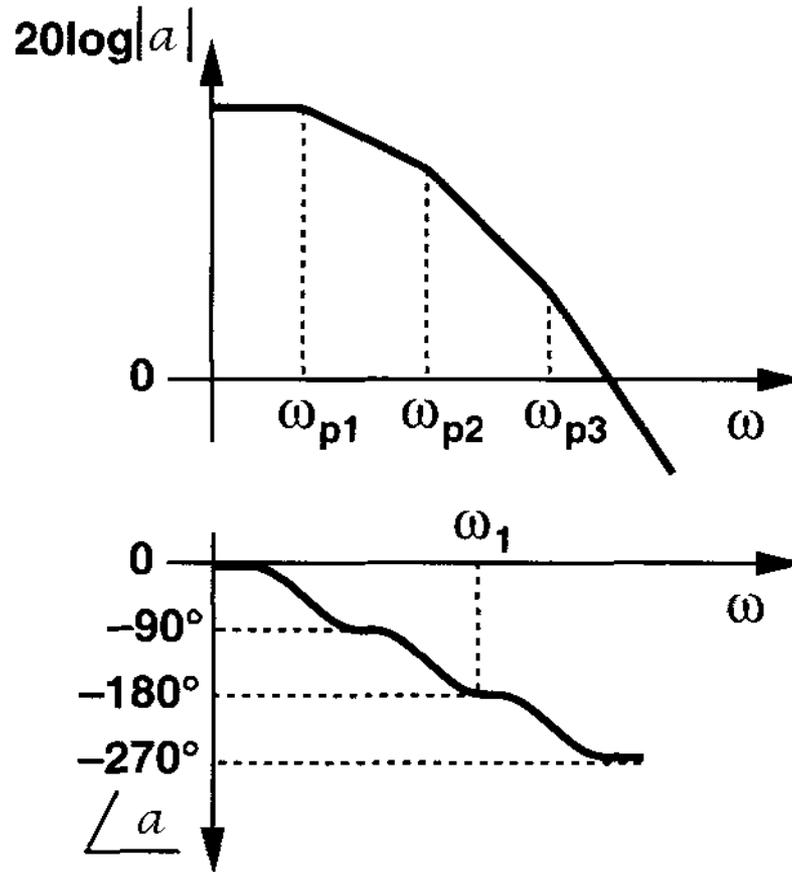
Sistemas realimentados con un polo son estables



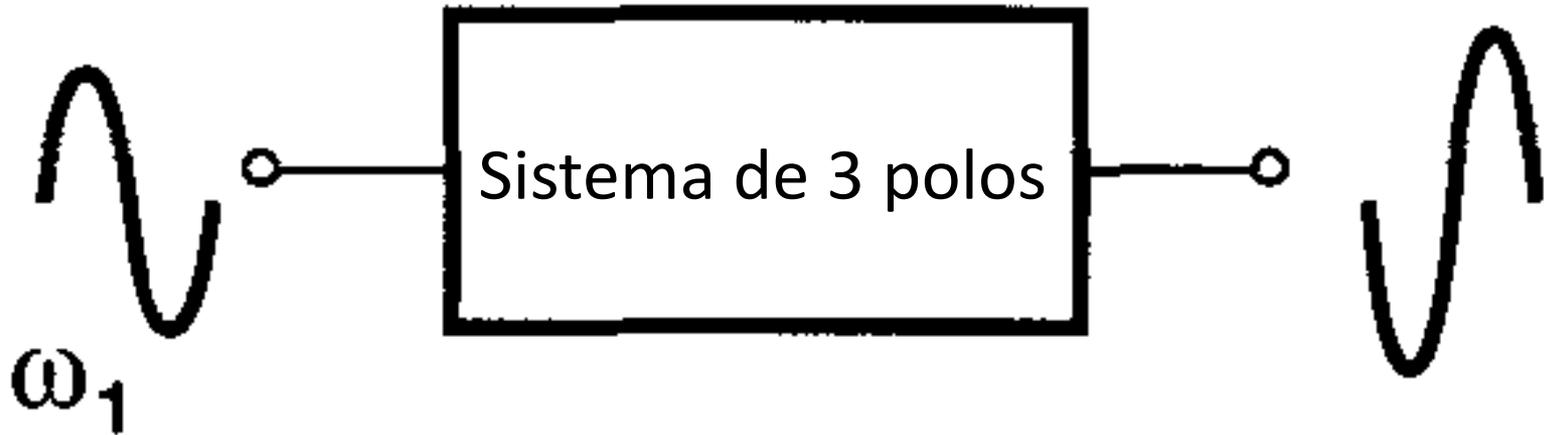
Sistemas realimentados con dos polos son estables pero pueden tener respuestas transitorias oscilatorias, sobre picos en la amplitud y no planicidad en la respuesta en frecuencia



Sistemas con más de dos polos pueden ser inestables

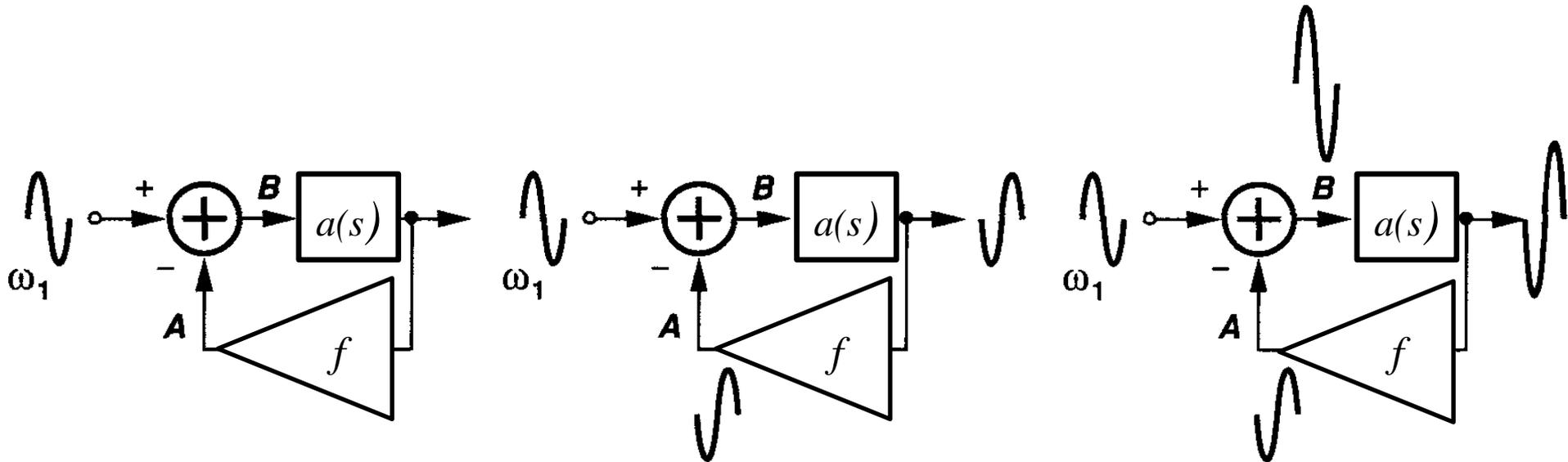


Ante una excitación que contenga la frecuencia ω_1 (como el ruido térmico en el sumador) se genera una señal de salida oscilante de amplitud creciente



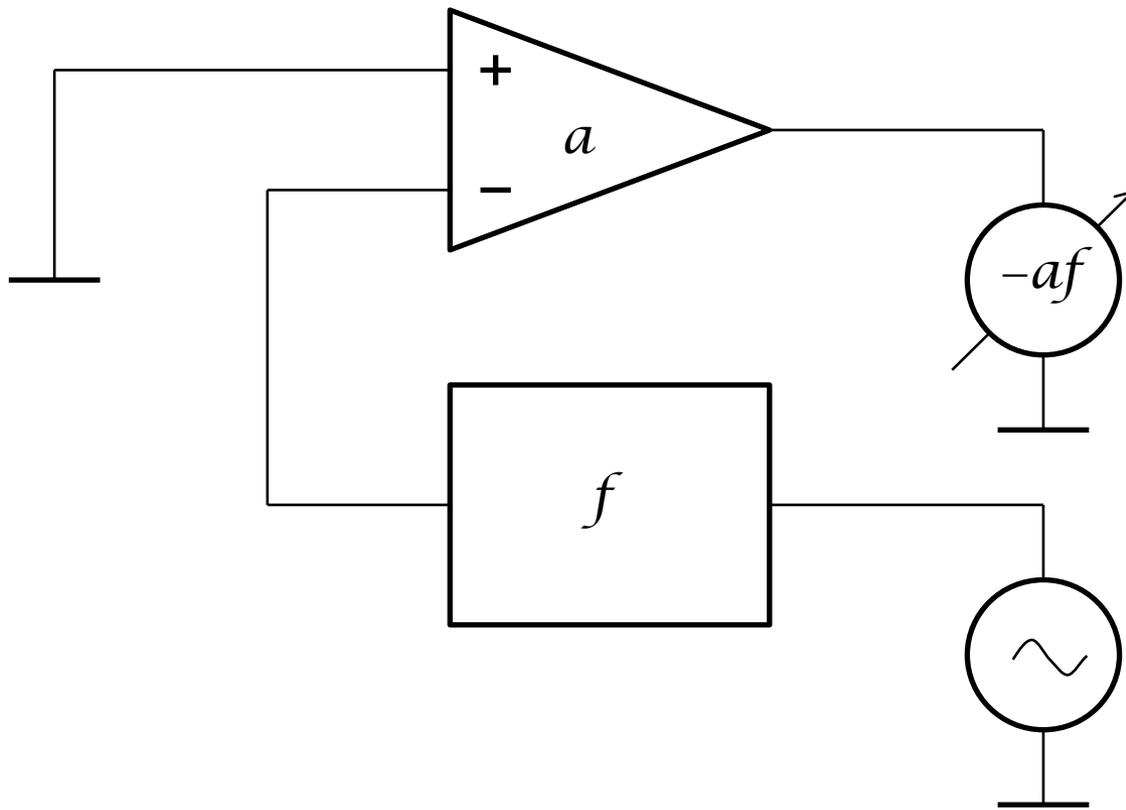
La amplitud de la oscilación quedará limitada por la fuente de alimentación u otro mecanismo de saturación del circuito

El proceso de crecimiento de la señal oscilante de salida se puede ver en el siguiente gráfico:

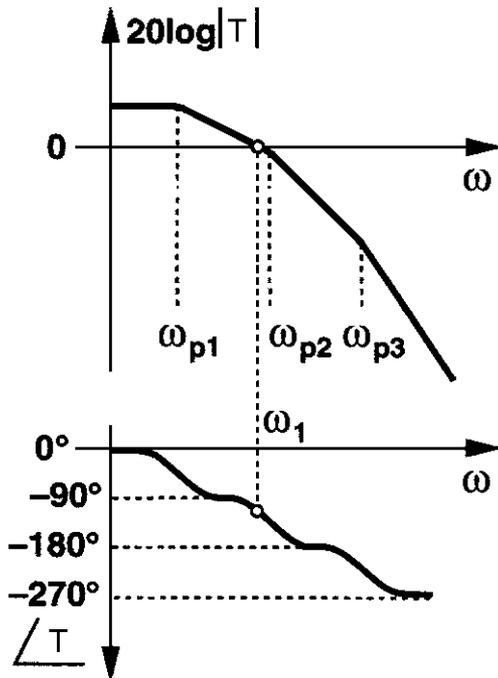


- Una pequeña señal de frecuencia ω_1 excita la entrada
- Llega a la salida con la fase invertida
- Regresa al sumador de entrada resultando en una señal error de mayor amplitud que la de entrada
- Llega a la salida con mayor amplitud y así sucesivamente

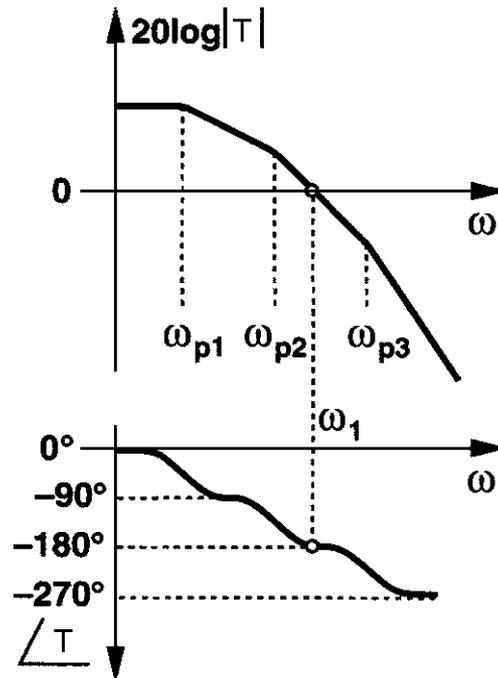
La ganancia de lazo se puede calcular o medir con el siguiente esquema:



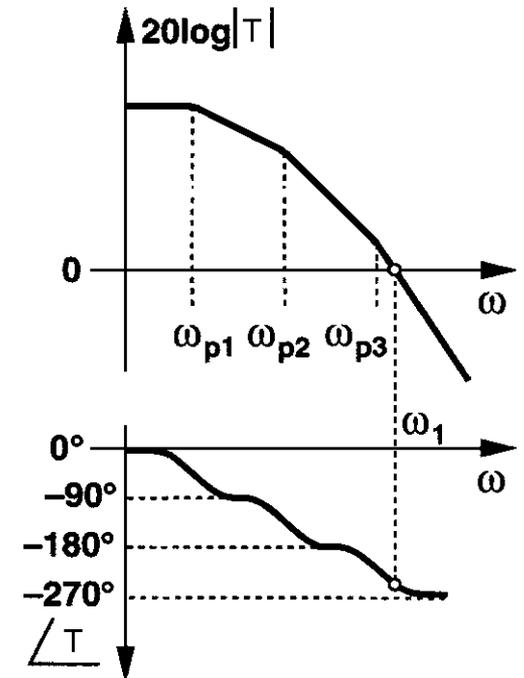
La estabilidad de un sistema se evalúa observando la función $T = a(j\omega)f$ (ganancia de lazo):



ESTABLE



INESTABLE
CRÍTICO



INESTABLE

Condición para la oscilación de un sistema realimentado negativamente:

$$|af(j\omega_1)| \geq 1 \quad \wedge \quad \angle a(j\omega_1) \leq -180^\circ$$

- A fin de evitar la inestabilidad se debe lograr que estas dos condiciones no se den a la misma frecuencia

Frecuencias de cruce:

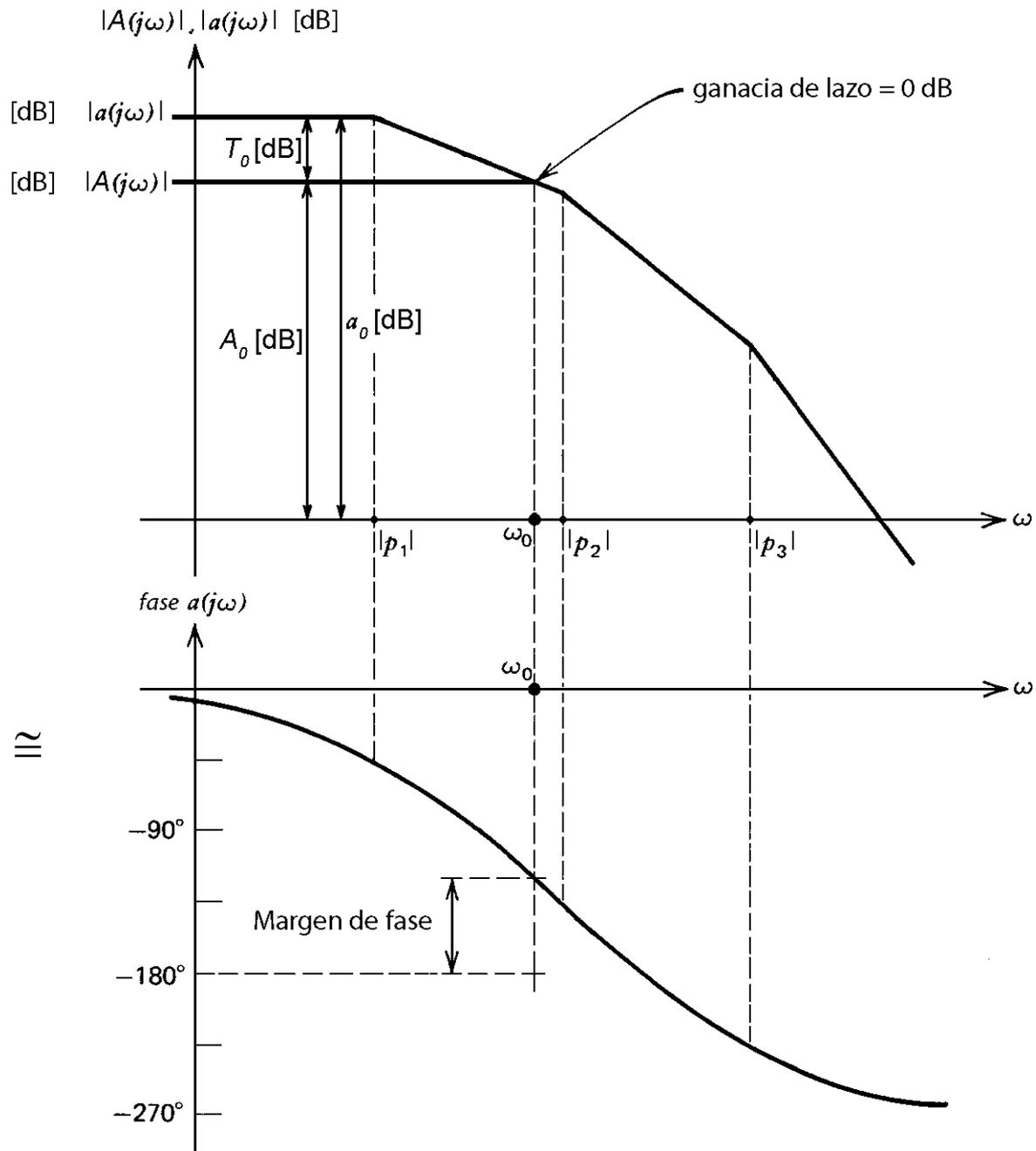
- Teniendo en cuenta que la frecuencia a la que la ganancia de lazo vale 1 y a la que la fase vale -180° son muy críticas se las llama **frecuencia de cruce de la ganancia** y **frecuencia de cruce de la fase** respectivamente

Margen de fase

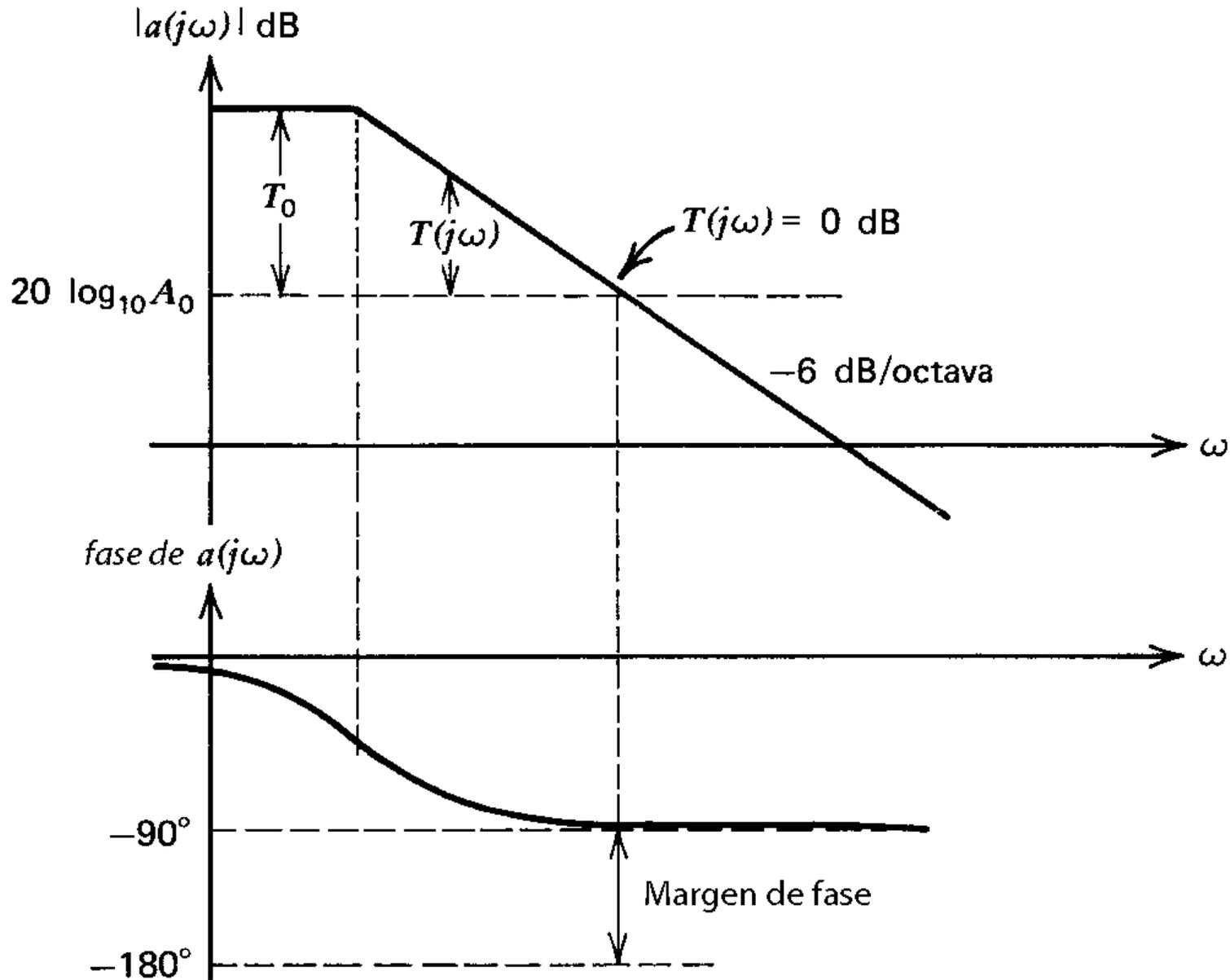
- Si al incrementar la frecuencia se llega a la frecuencia de cruce de la fase antes que a la frecuencia de cruce de la ganancia, el sistema oscila
- Si al incrementar la frecuencia se llega a la frecuencia de cruce de la ganancia antes que a la frecuencia de cruce de la fase, el sistema es estable, pero su respuesta dependerá del margen de fase.
- **Margen de fase** es el ángulo que le falta a la fase para llegar a -180° cuando se alcanza la frecuencia de cruce de la ganancia

Ejemplo de margen de fase con 3 polos:

$$\begin{aligned}
 20 \log_{10} |T(j\omega)| &= \\
 &= 20 \log_{10} |a(j\omega)f| = \\
 &= 20 \log_{10} |a(j\omega)| - 20 \log_{10} \frac{1}{f} \cong \\
 &\cong 20 \log_{10} |a(j\omega)| - 20 \log_{10} A_0
 \end{aligned}$$



Ejemplo de margen de fase con 1 polo



Respuesta de sistemas realimentados con dos polos

Se tiene un sistema con **margen de fase = 45°** en la frecuencia de cruce de la ganancia de lazo ω_o , con lo que será:

$$|T(j\omega_o)| = 1 \quad \text{o} \quad |a(j\omega_o)f| = 1$$

La fase de de T a esa frecuencia será:

$$\angle T(j\omega_o) = -135^\circ$$

La ganancia del sistema es:

$$A(j\omega_o) = \frac{a(j\omega)}{1+T(j\omega)}$$

Reemplazando por $T(j\omega_o) = e^{-135^\circ}$

$$A(j\omega_o) = \frac{a(j\omega_o)}{1+e^{-135^\circ}}$$

Resolviendo se obtiene:

$$A(j\omega_o) = \frac{a(j\omega_o)}{1 - 0,7 - 0,7j} = \frac{a(j\omega_o)}{0,3 - 0,7j}$$

$$|A(j\omega_o)| = \frac{|a(j\omega_o)|}{0,76} = \frac{1,3}{f}$$

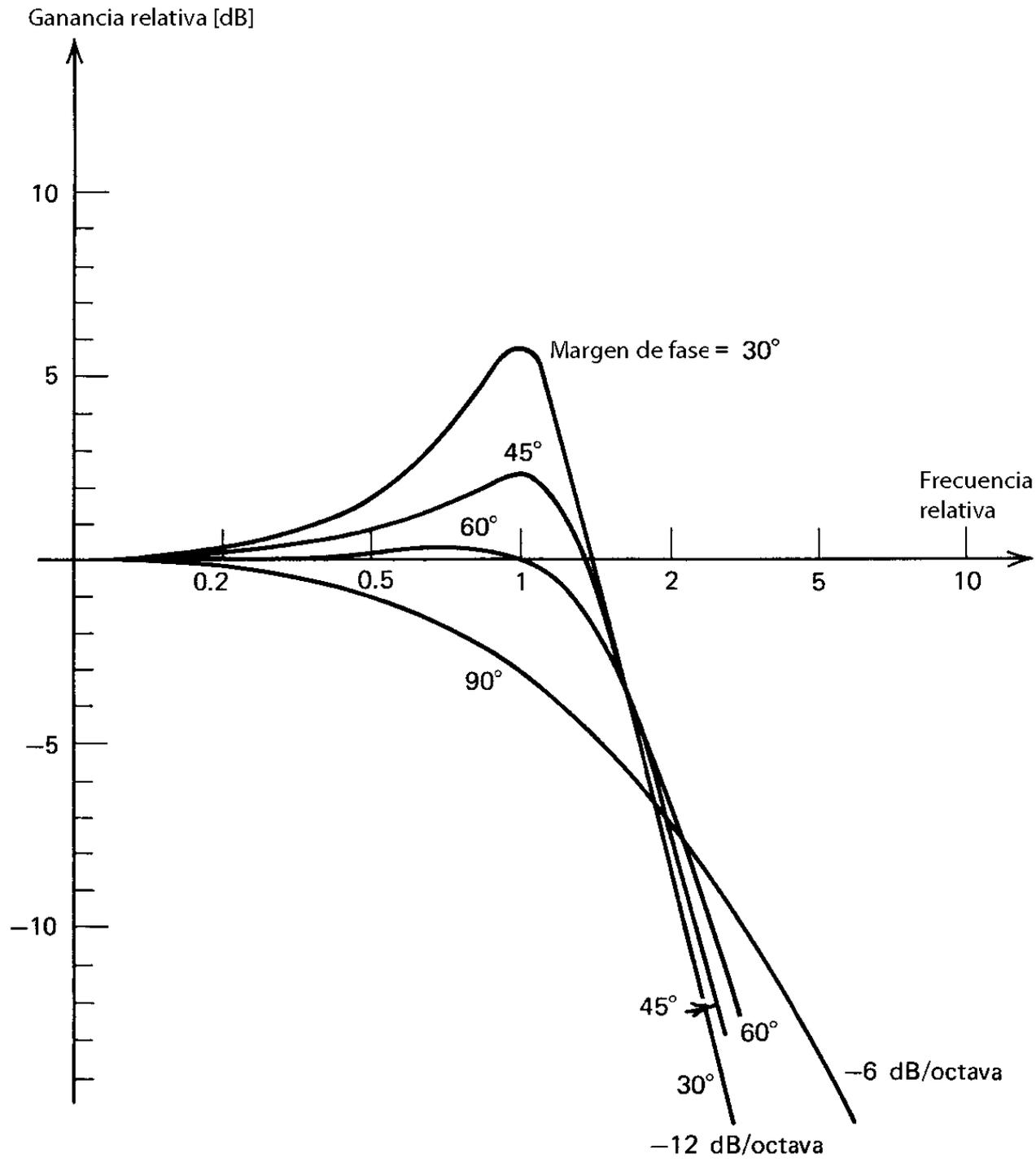
Del mismo modo se llega para un **margen de fase de 60°** a:

$$|A(j\omega_o)| = \frac{1}{f}$$

Y para un **margen de fase de 90°** a:

$$|A(j\omega_o)| = \frac{0,7}{f}$$

Ganancia relativa
en función de la
frecuencia relativa
para distintos
márgenes de fase

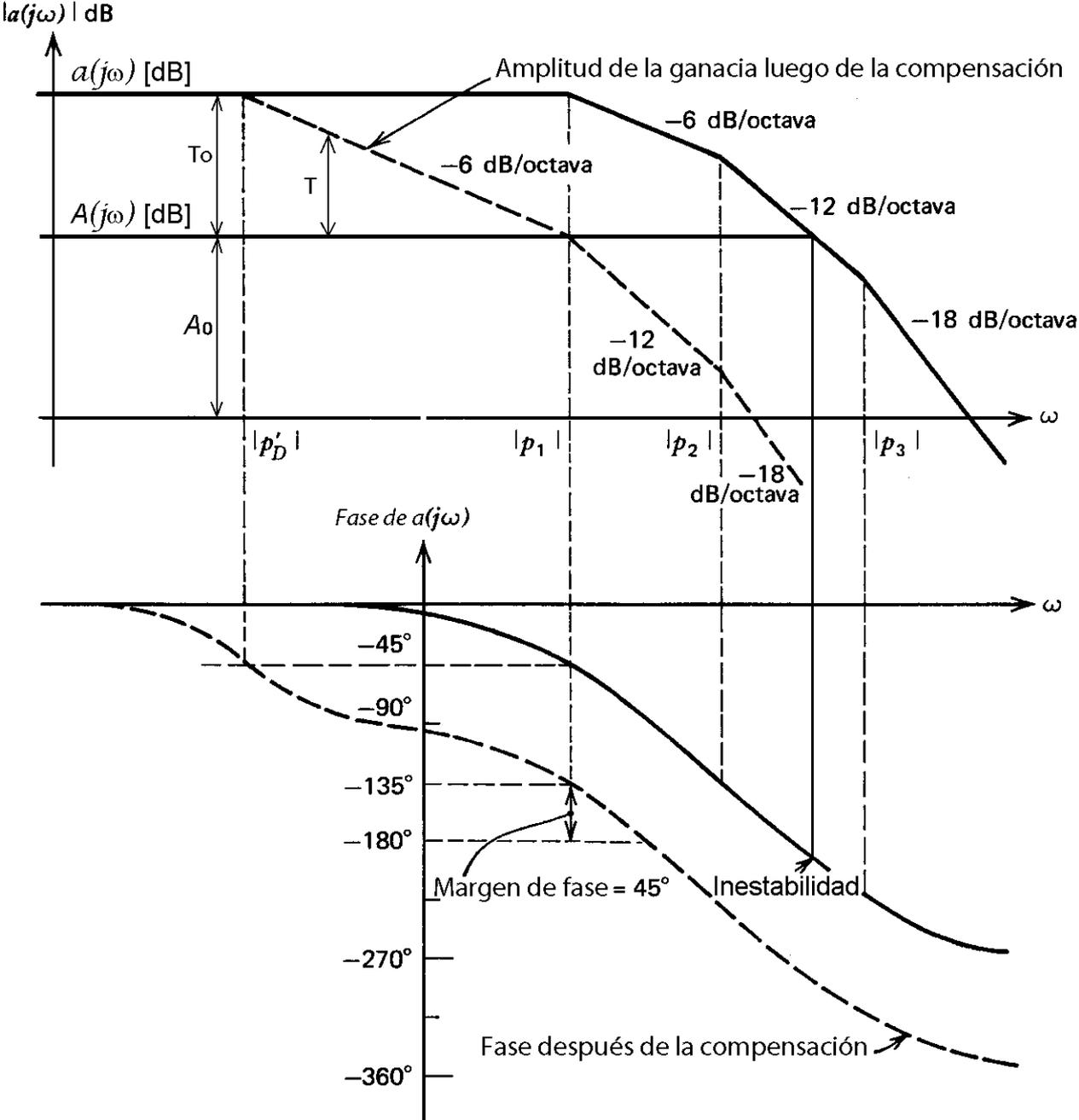


Compensación

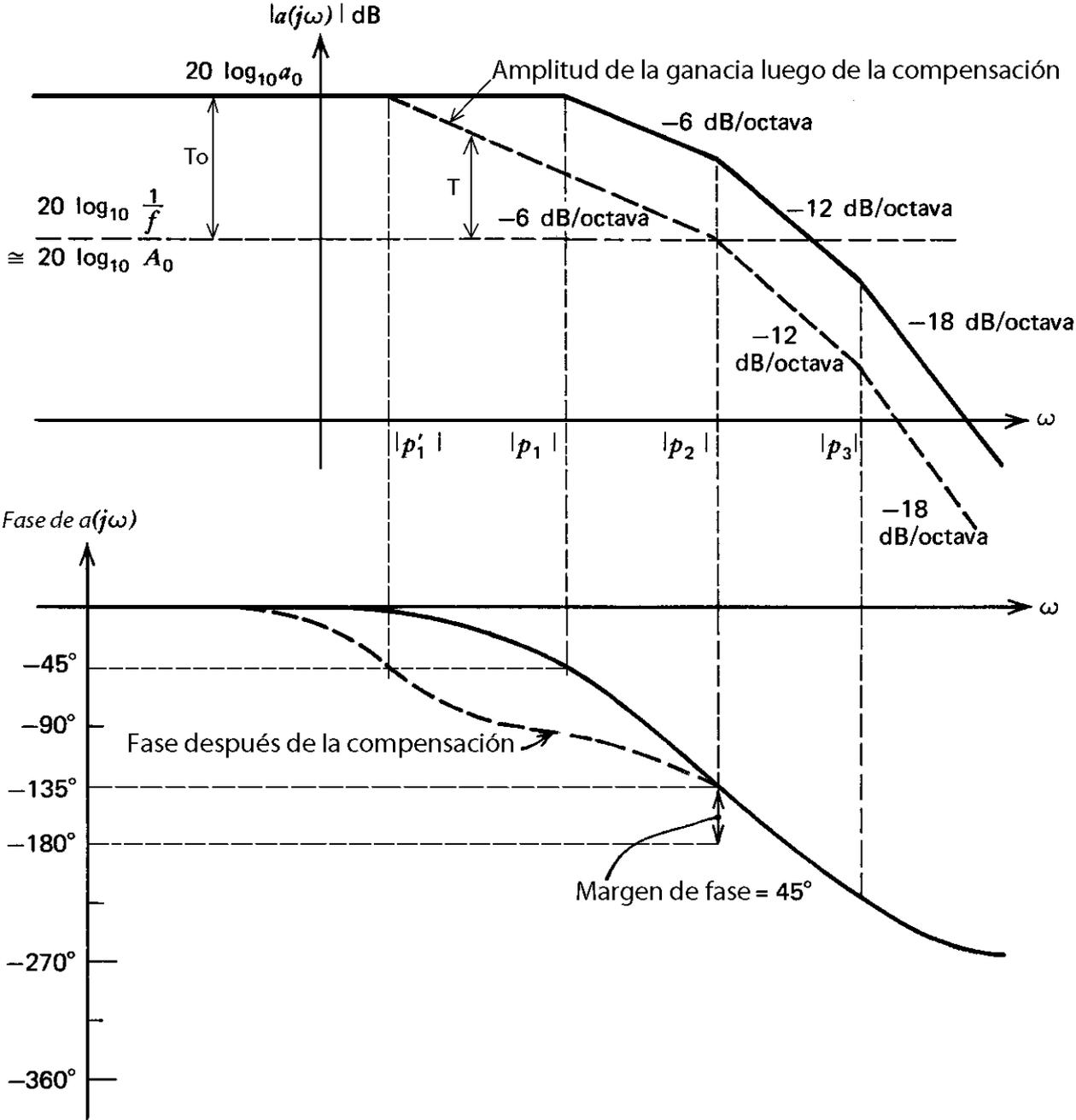
Polo dominante

- Se agrega un polo en baja frecuencia de manera de llevar la frecuencia de cruce (ganancia de lazo=0dB) a la frecuencia del primer polo original y lograr un margen de fase de 45°
- Otra forma es lograr el desplazamiento del primer polo original hacia las bajas frecuencias de manera de llevar la frecuencia de cruce (ganancia de lazo = 1) a la frecuencia del segundo polo y lograr un margen de fase de 45°

Ejemplo: creando nuevo polo



Ejemplo: desplazando polo

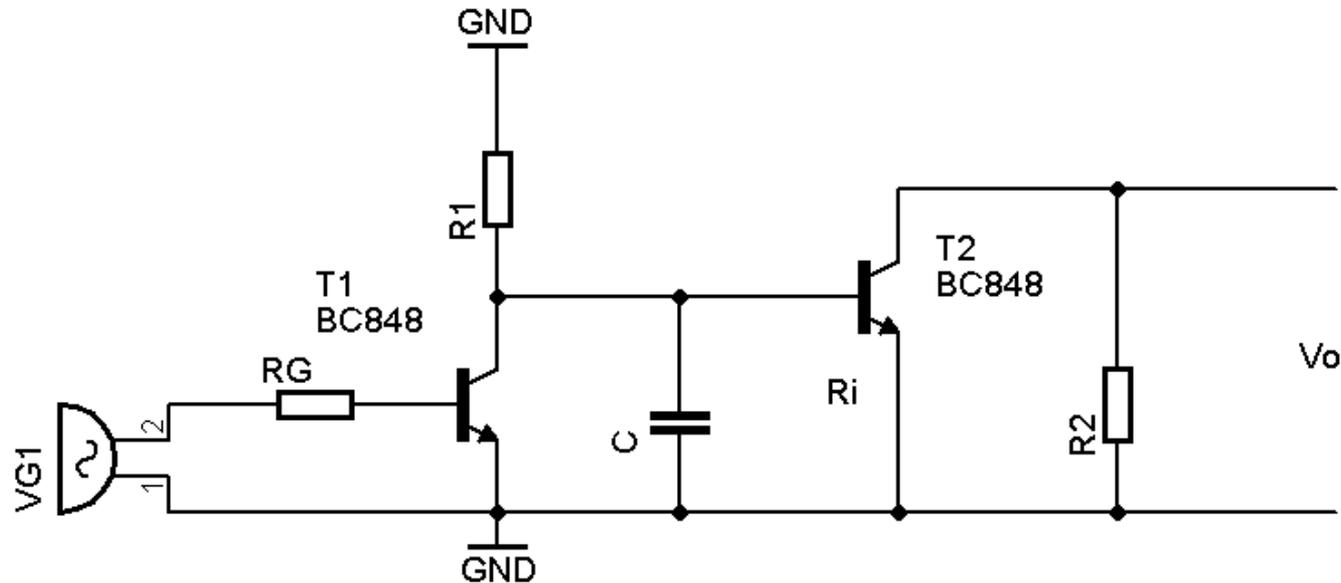


Creación del polo dominante

- Una forma es agregar capacidad en alguna parte del circuito, o aumentar alguna capacidad existente, pero esto requiere capacitores grandes
- Otra forma es agregar capacitores pequeños usando la técnica de multiplicación de Miller, lo que a su vez permite partir polos, o sea correr el polo inferior hacia abajo y el superior hacia arriba

Ejemplos de compensación

- Agregando un capacitor:



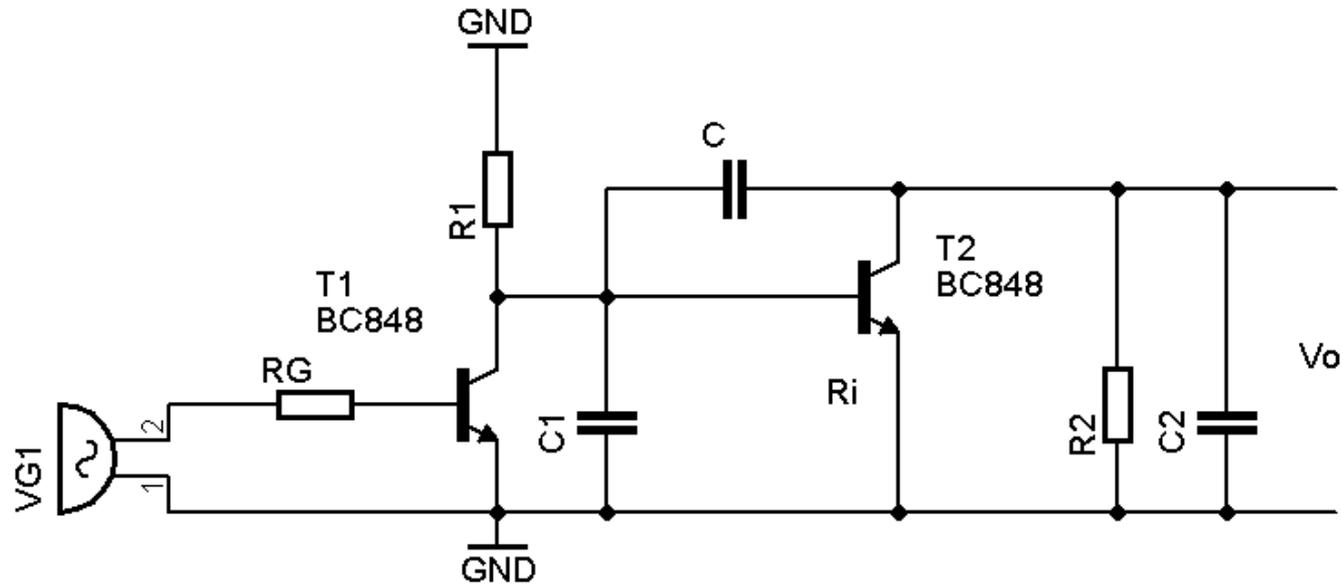
$$|P_D| = \frac{1}{RC}$$

$$R = R_1 // R_i$$

$$R_i = r_b + r_\pi$$

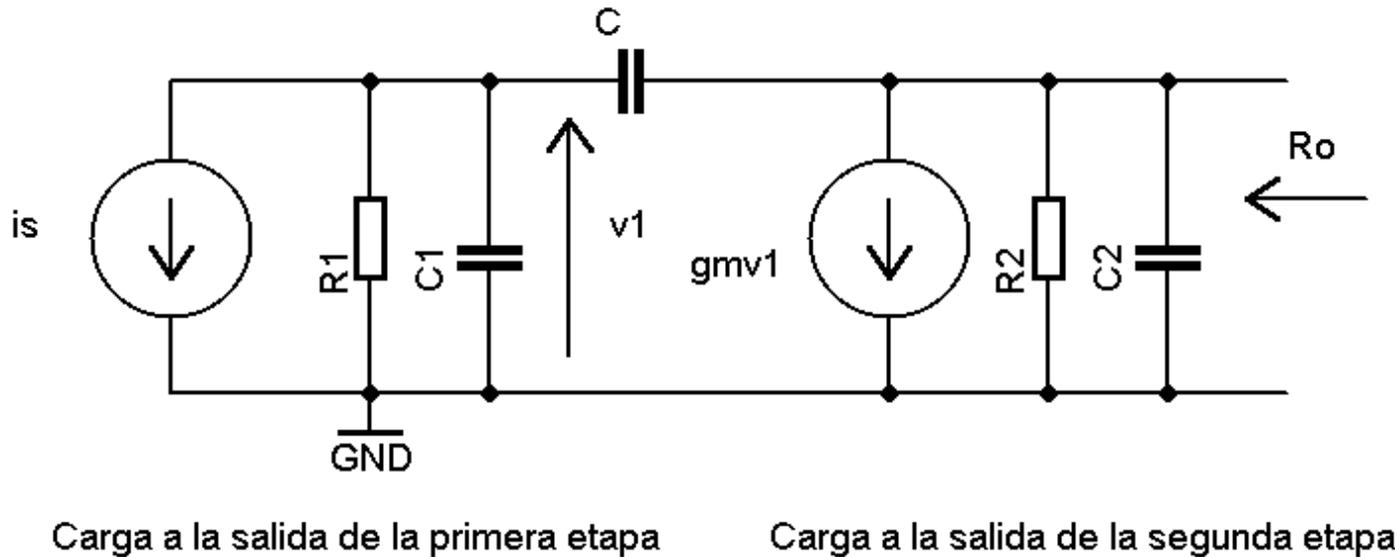
- C resulta muy grande, aproximadamente 1000 pF

- Multiplicando por Miller:



- El efecto Miller es una realimentación local en la segunda etapa

- Esquemmatizando:



- Se aplica Miller:

$$C_M = (1 + gmR_L)C \quad \Rightarrow \quad |p_1| \downarrow$$

- Con lo que desplaza el primer polo hacia las bajas frecuencias con capacitores de menor valor. Típicamente < 100 pF

- El segundo polo (a la salida de la segunda etapa) también se desplaza debido a la reducción de la impedancia de salida R_O :

$$R_O = \frac{R_2}{1 + T_{T2}} \quad C_{TOTAL} = C_2 + \frac{C \cdot C_1}{C + C_1}$$

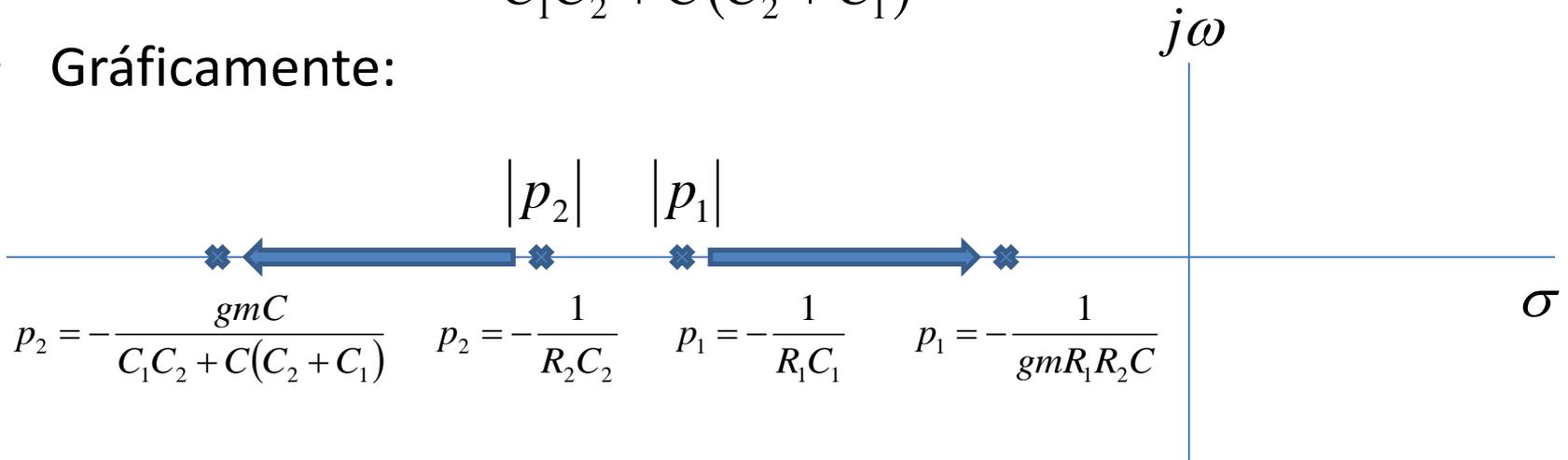
- Resultando:

$$p_2 = -\frac{1}{R_O C_T}$$

- O bien calculado resolviendo el circuito:

$$p_2 = -\frac{gmC}{C_1 C_2 + C(C_2 + C_1)}$$

- Gráficamente:



Compensación por adelanto de fase

- Consiste en agregar un cero en el realimentador de manera de compensar un polo del amplificador
- Un caso típico es un realimentador con un polo y un cero en un amplificador con 3 polos

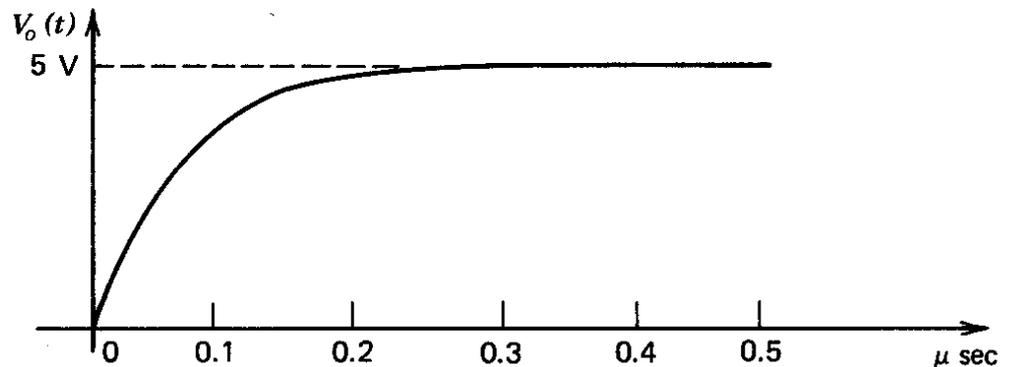
$$T(j\omega) = a(j\omega)f(j\omega) = \frac{T_0 \left(1 + \frac{j\omega}{\omega_Z} \right)}{\left(1 + \frac{j\omega}{\omega_P} \right) \left(1 + \frac{j\omega}{\omega_{P1}} \right) \left(1 + \frac{j\omega}{\omega_{P2}} \right) \left(1 + \frac{j\omega}{\omega_{P3}} \right)}$$

Slew Rate

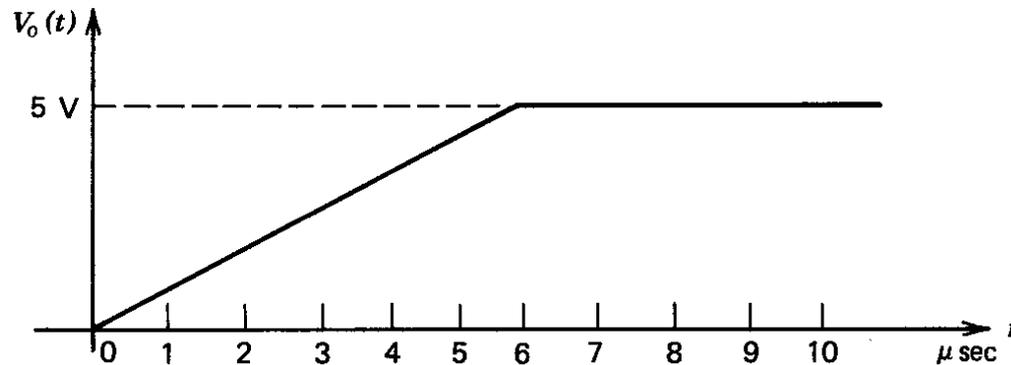
- En un amplificador realimentado compensado por polo dominante el ancho de banda está relacionado con el tiempo de crecimiento mediante la ecuación:

$$\text{Ancho de banda} = 0,35 / \tau_r$$

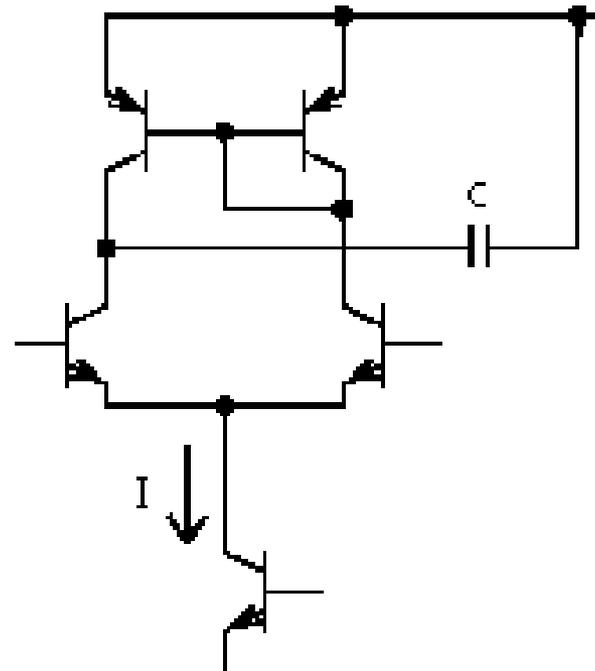
- Con una señal escalón se espera una respuesta del tipo:



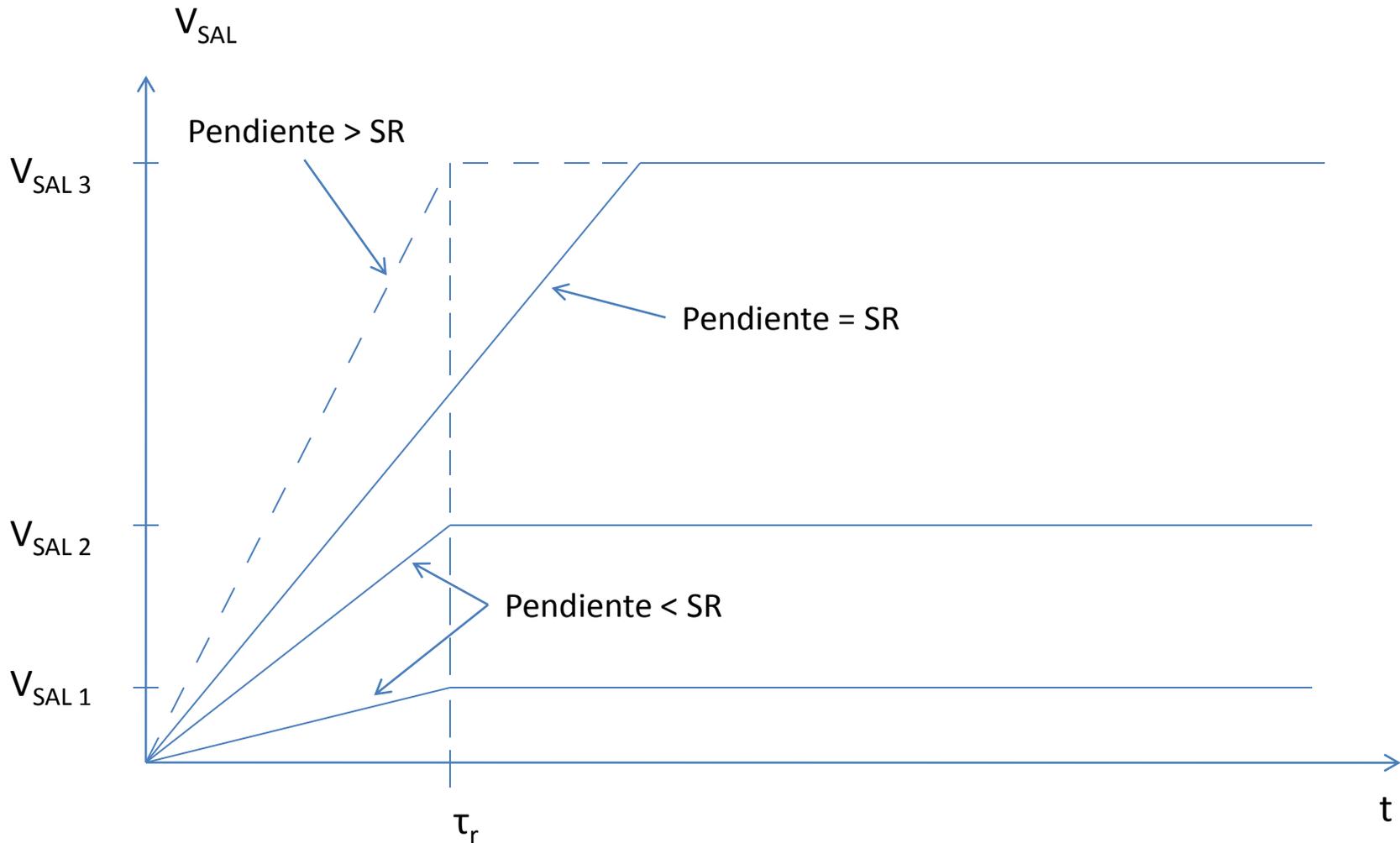
- Debido al efecto Slew rate se obtiene:



- Esto se debe fundamentalmente a la carga del capacitor de compensación por la fuente de corriente de la primera etapa



Comparación de la respuesta del amplificador para pequeña y gran señal



- La respuesta al escalón 1 y 2 son reproducidas a la salida según el ancho de banda para pequeñas señales y se establecen en un tiempo τ_r (tiempo de crecimiento) pues la velocidad de subida requerida es menor a la velocidad de subida máxima posible en el amplificador, SR (slew rate)
- La respuesta al escalón 3 no puede reproducirse correctamente y es limitada por el SR (slew rate)

Ancho de banda de potencia

El Slew rate determina la máxima frecuencia de señal que el amplificador puede reproducir a máxima excursión sin distorsión

$$v(t) = \hat{V} \text{sen}(\omega t)$$

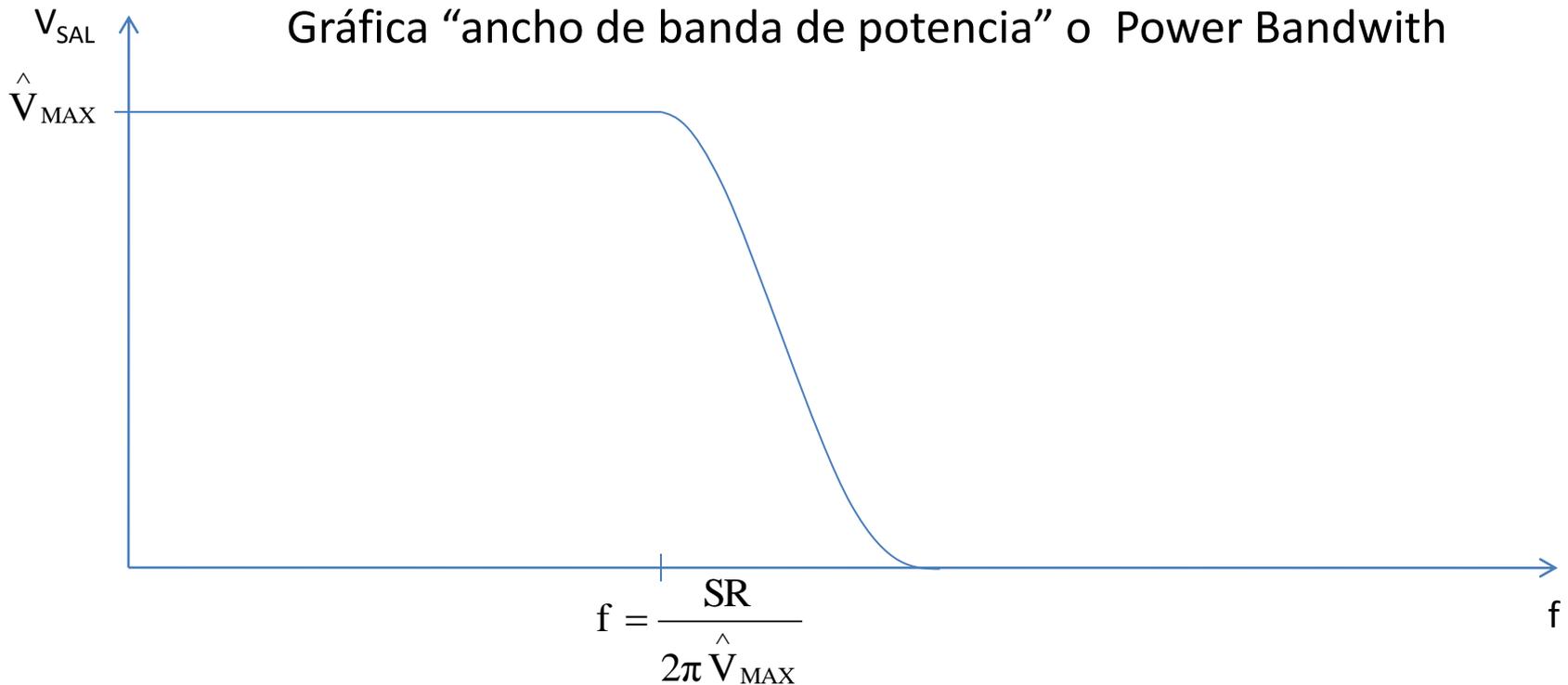
$$\frac{dv(t)}{dt} = \omega \hat{V} \text{cos}(\omega t)$$

$$SR = \left| \omega \hat{V} \text{cos}(\omega t) \right|_{t=0} = \omega \hat{V}$$

En el caso del amplificador del ejemplo será:

$$f = \frac{SR}{2\pi \hat{V}} = \frac{30V / \mu S}{2\pi \times 21V} \cong 200KHz$$

Amplitudes máximas de salida para señales senoidales

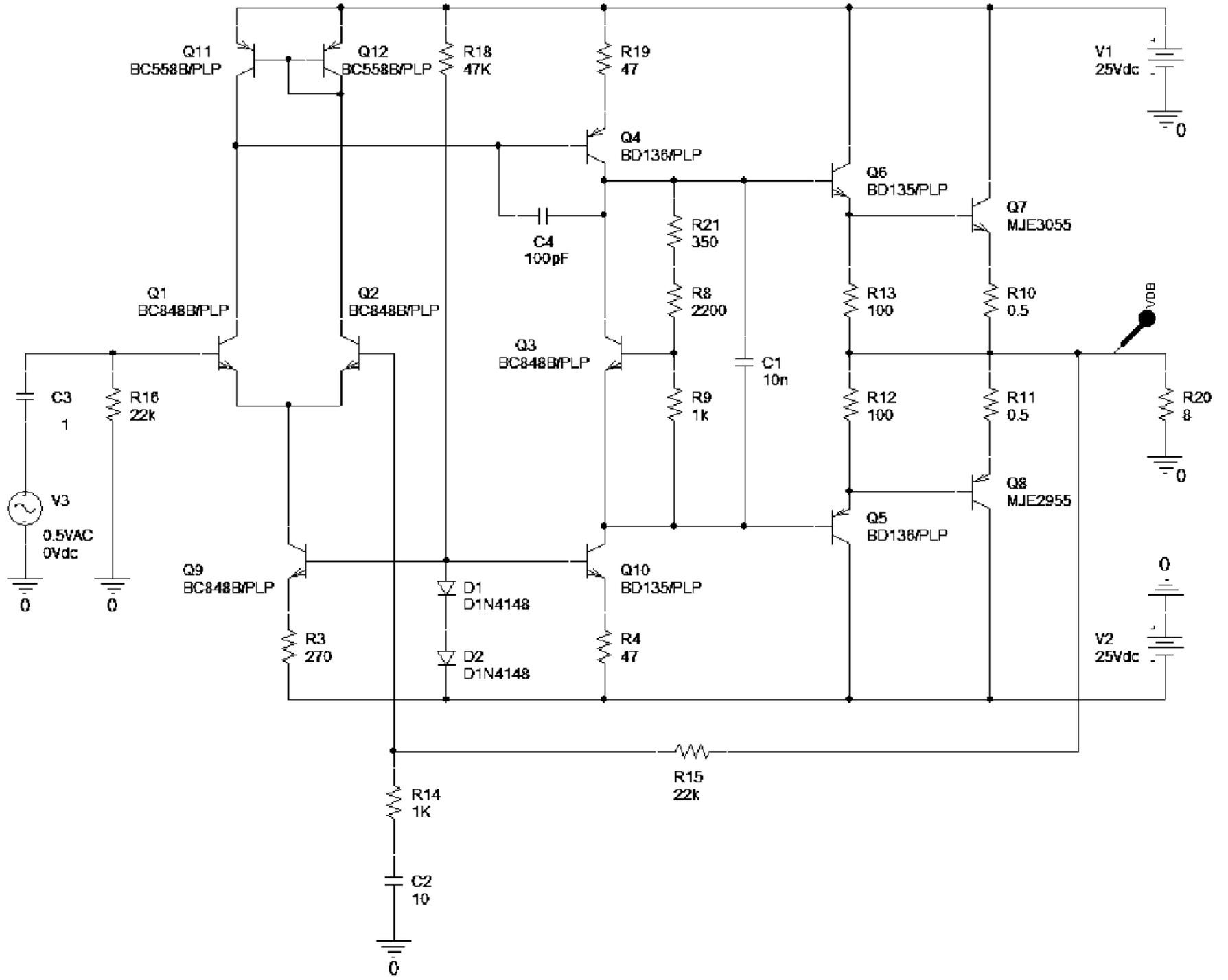


- Las amplitudes máximas de la tensión de salida en función de la frecuencia están limitadas por la máxima excursión posible del amplificador para una dada tensión de alimentación y por la máxima velocidad de subida o SR (slew rate)

Ejemplo:

Mejorar el Slew rate de un amplificador

- Un amplificador está compensado por polo dominante mediante la técnica de separación de polos por efecto Miller
- Se pretende mejorar el Slew Rate reduciendo el capacitor de compensación



Cálculo del Slew rate del amplificador:

- La fuente de corriente del par diferencial es 2mA

$$SR = \frac{I}{C} 10^6$$

- Con lo que para el amplificador estudiado es:

$$SR = \frac{0,002mA}{100pF} 10^6 = 20V / \mu S$$

- Se obtiene por simulación:

$$SR = 17V / \mu S$$

- La diferencia se debe a la presencia de otras capacidades
- Simulando para otros valores de C se obtiene:

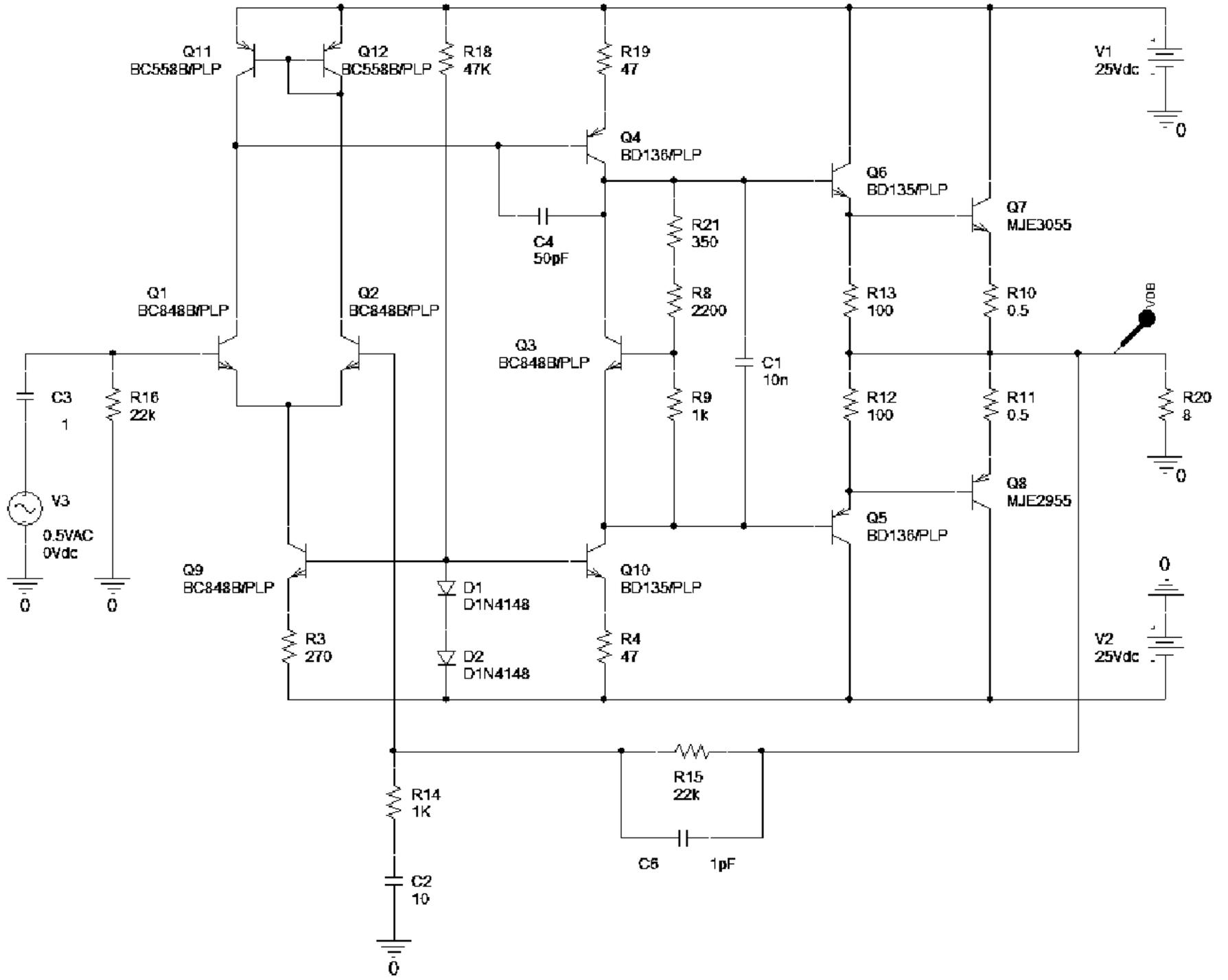
$$SR = 9V / \mu S \quad \text{para } C = 200 pF$$

$$SR = 30V / \mu S \quad \text{para } C = 50 pF$$

- Con lo que puede deducirse que la fuente de corriente carga una capacidad adicional propia del circuito de aprox.:

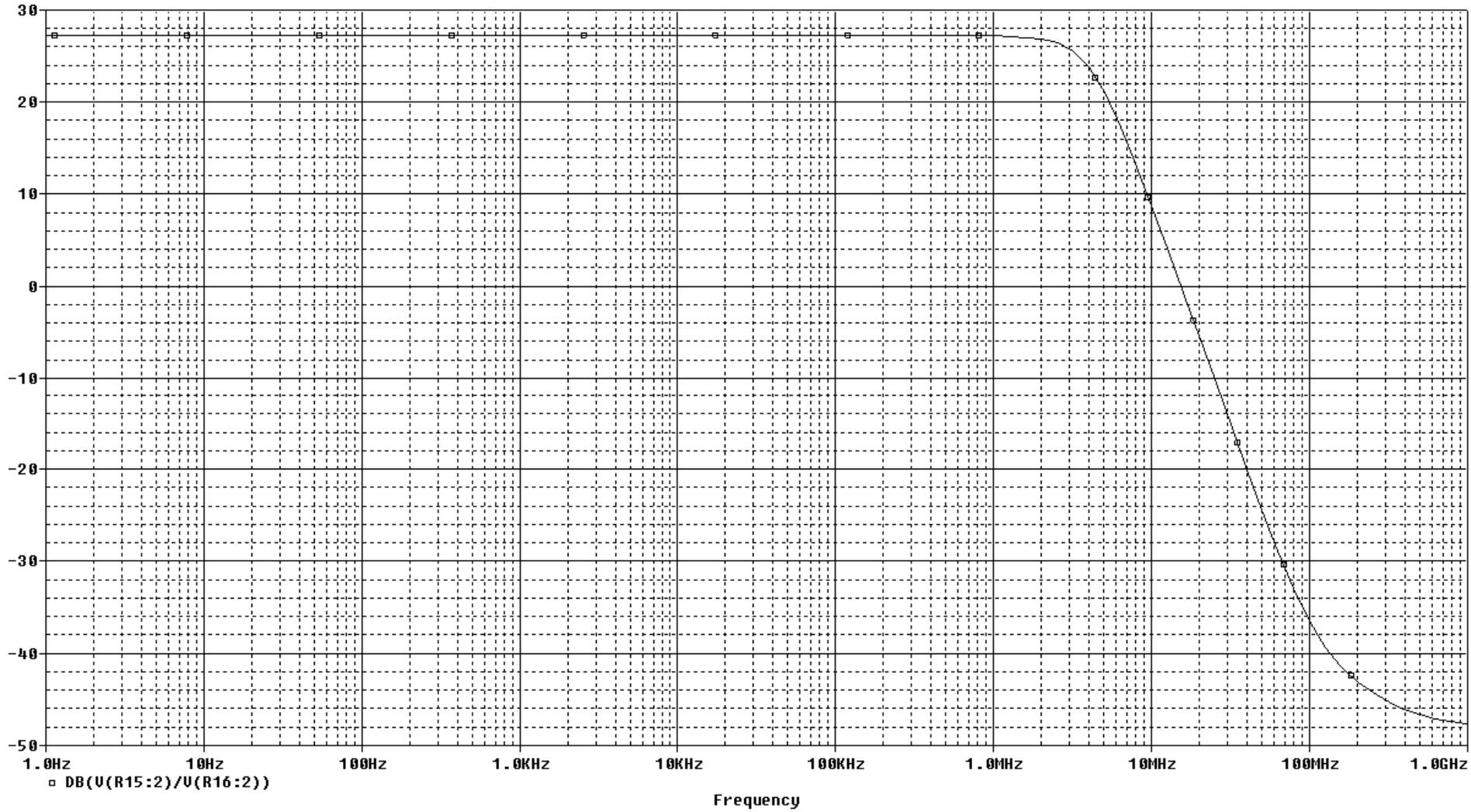
$$C = 15 pF$$

- Se elige $C = 50 pF$ y se compensa por adelanto



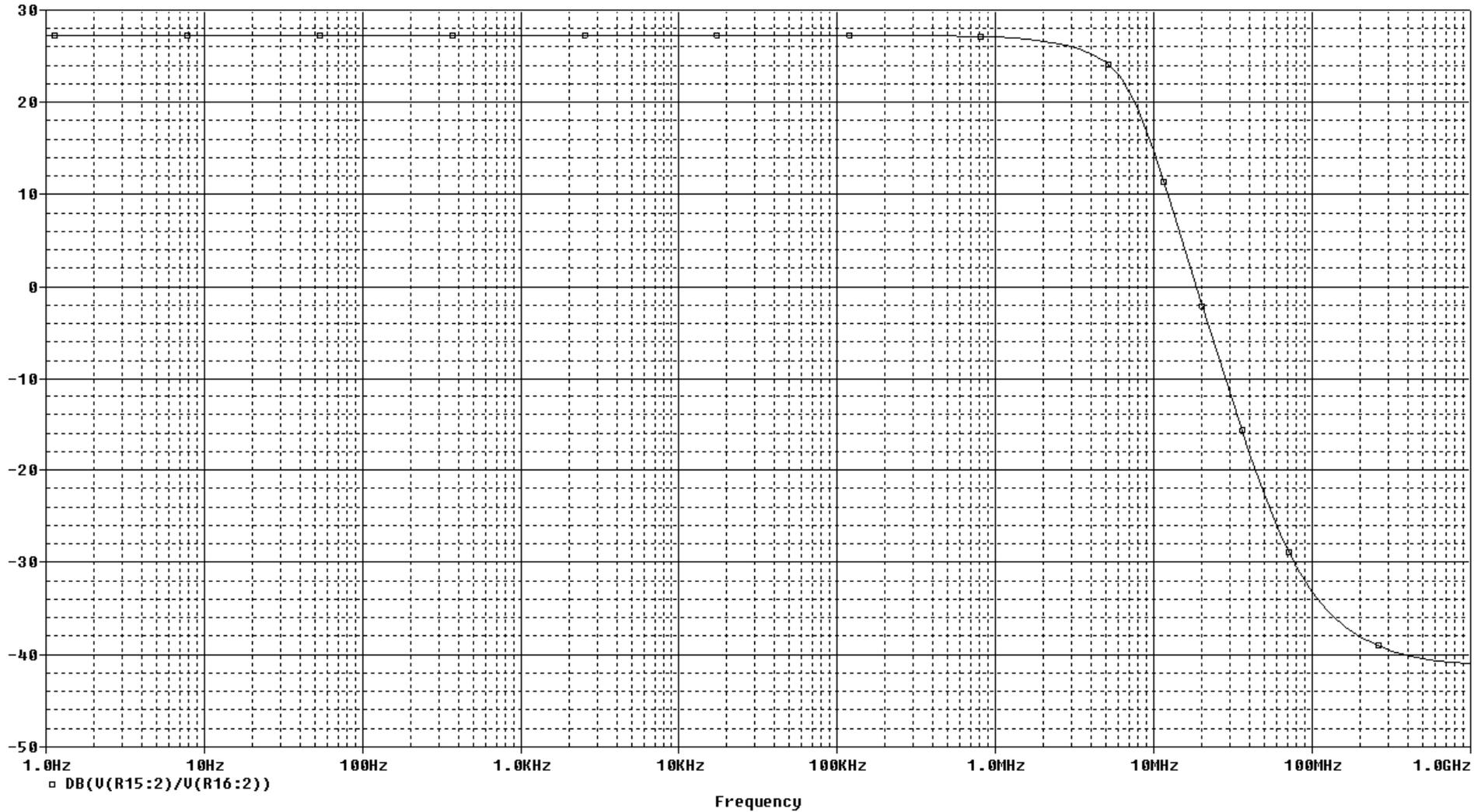
Respuesta en frecuencia

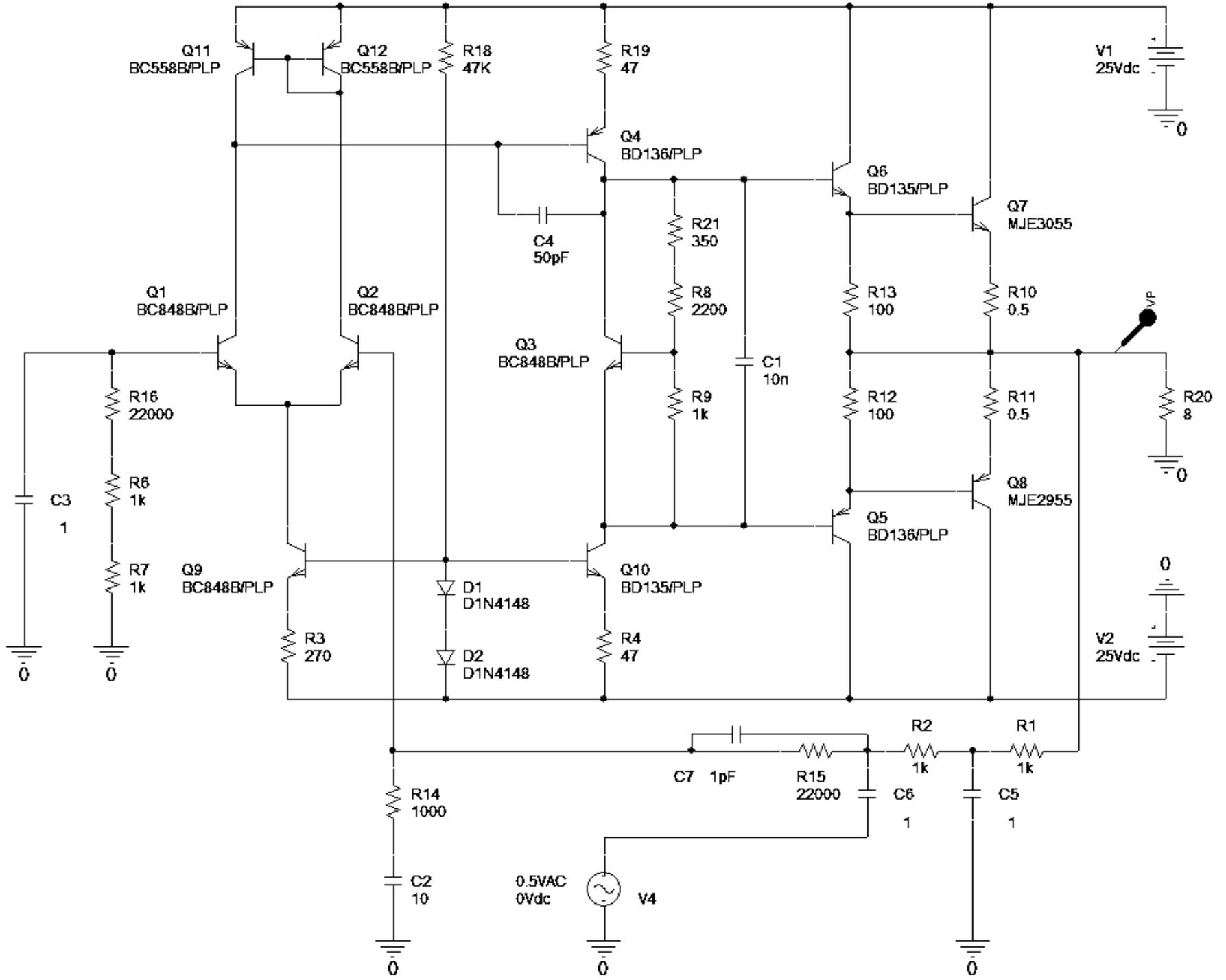
(compensado por polo dominante solamente)



Respuesta en frecuencia

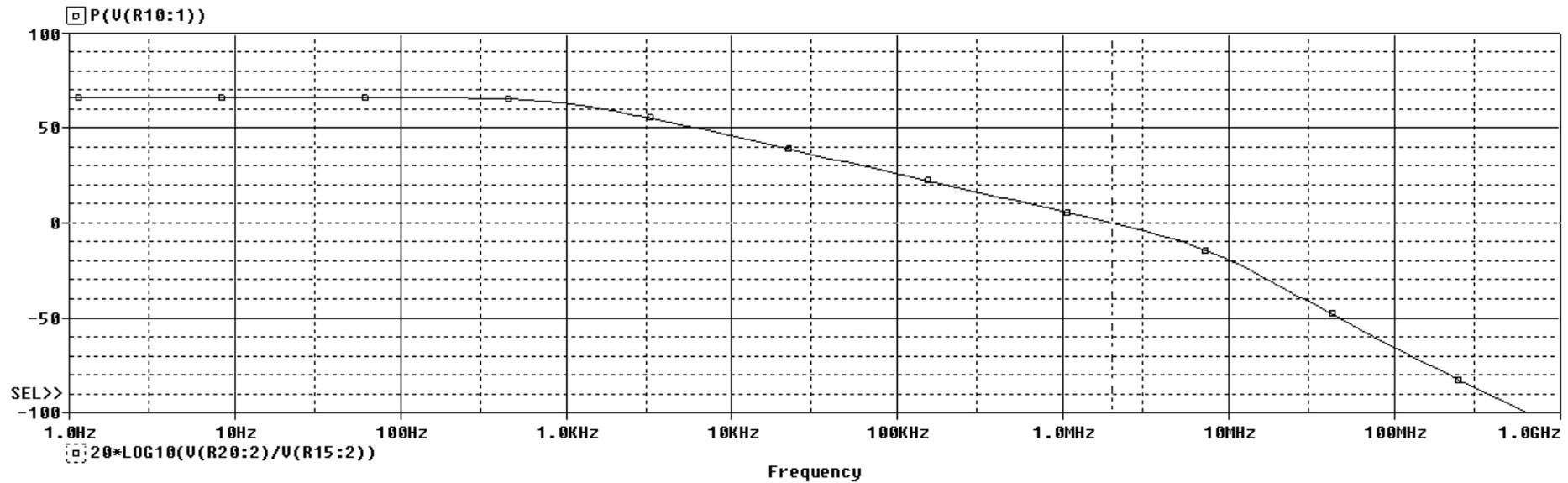
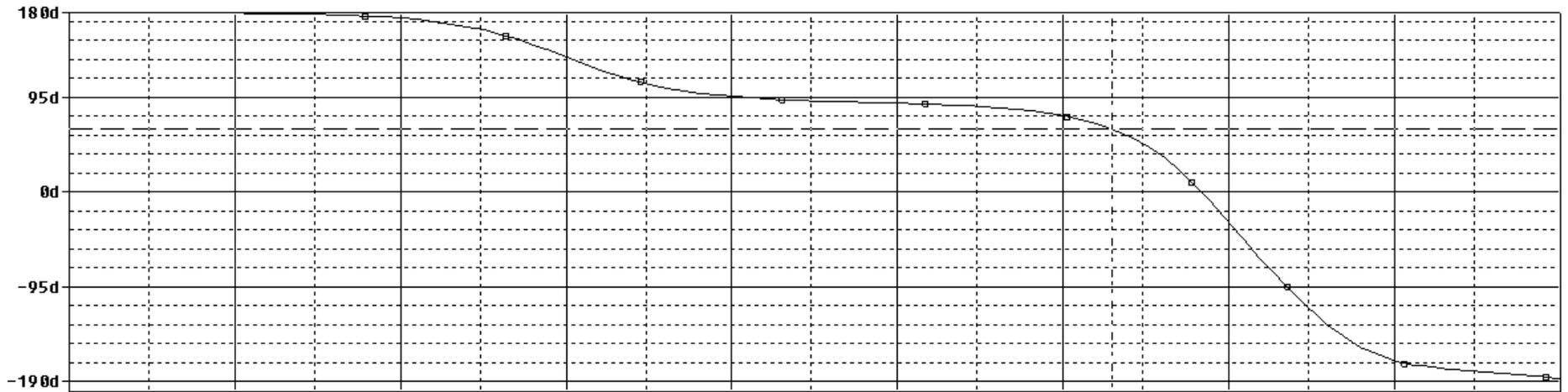
(compensado por polo dominante y adelanto de fase)





Módulo y fase de T(j ω)

(compensado por polo dominante solamente)



□ P(U(R10:1))

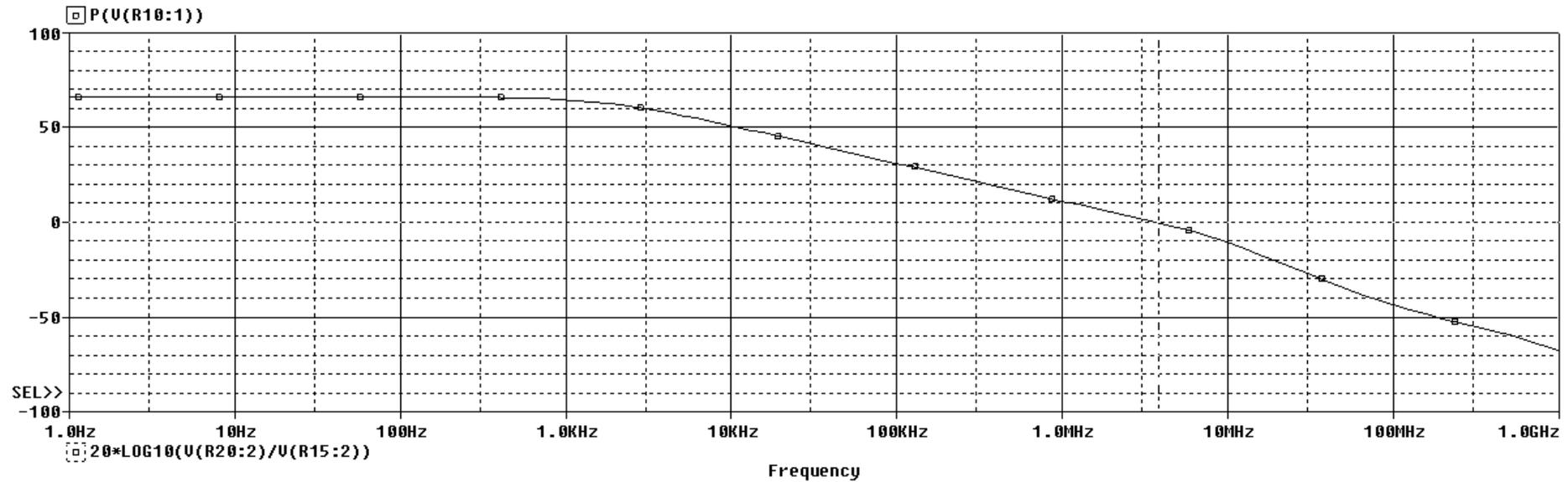
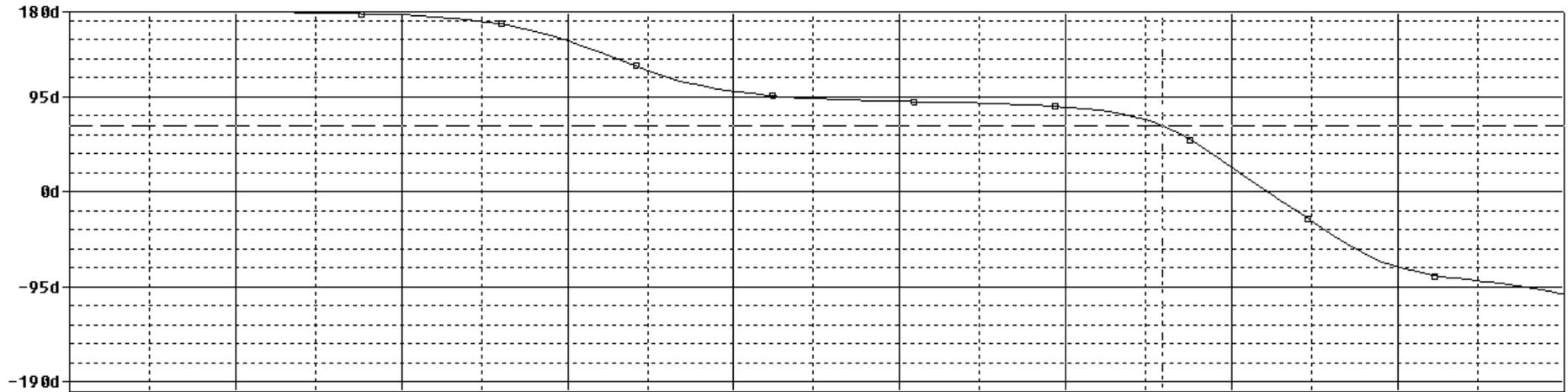
□ 20*LOG10(U(R20:2)/U(R15:2))

SEL>>

Frequency

Módulo y fase de T(j ω)

(compensado por polo dominante y adelanto de fase)

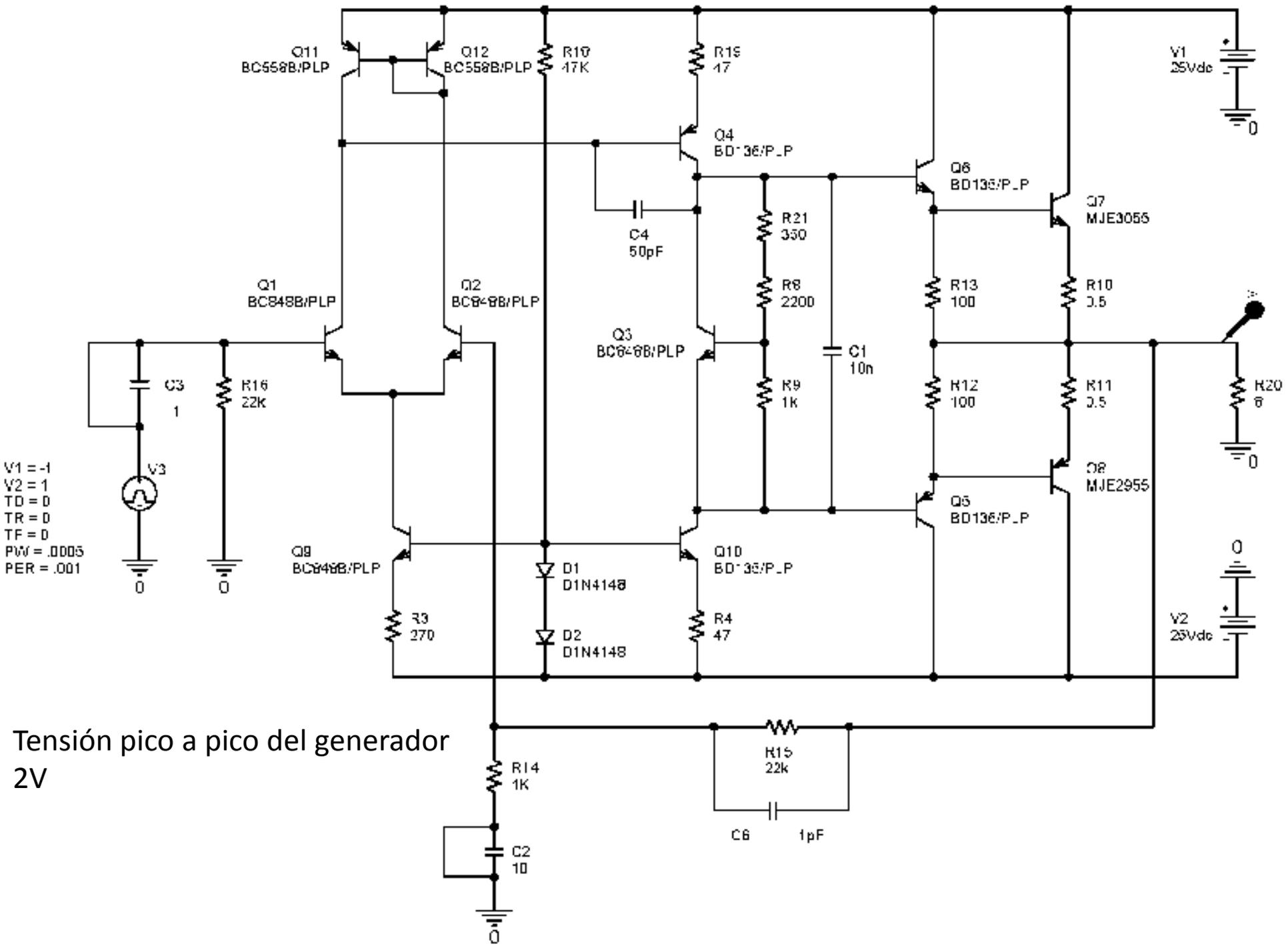


□ P(V(R10:1))

SEL>>

□ 20*LOG10(V(R20:2)/V(R15:2))

Frequency

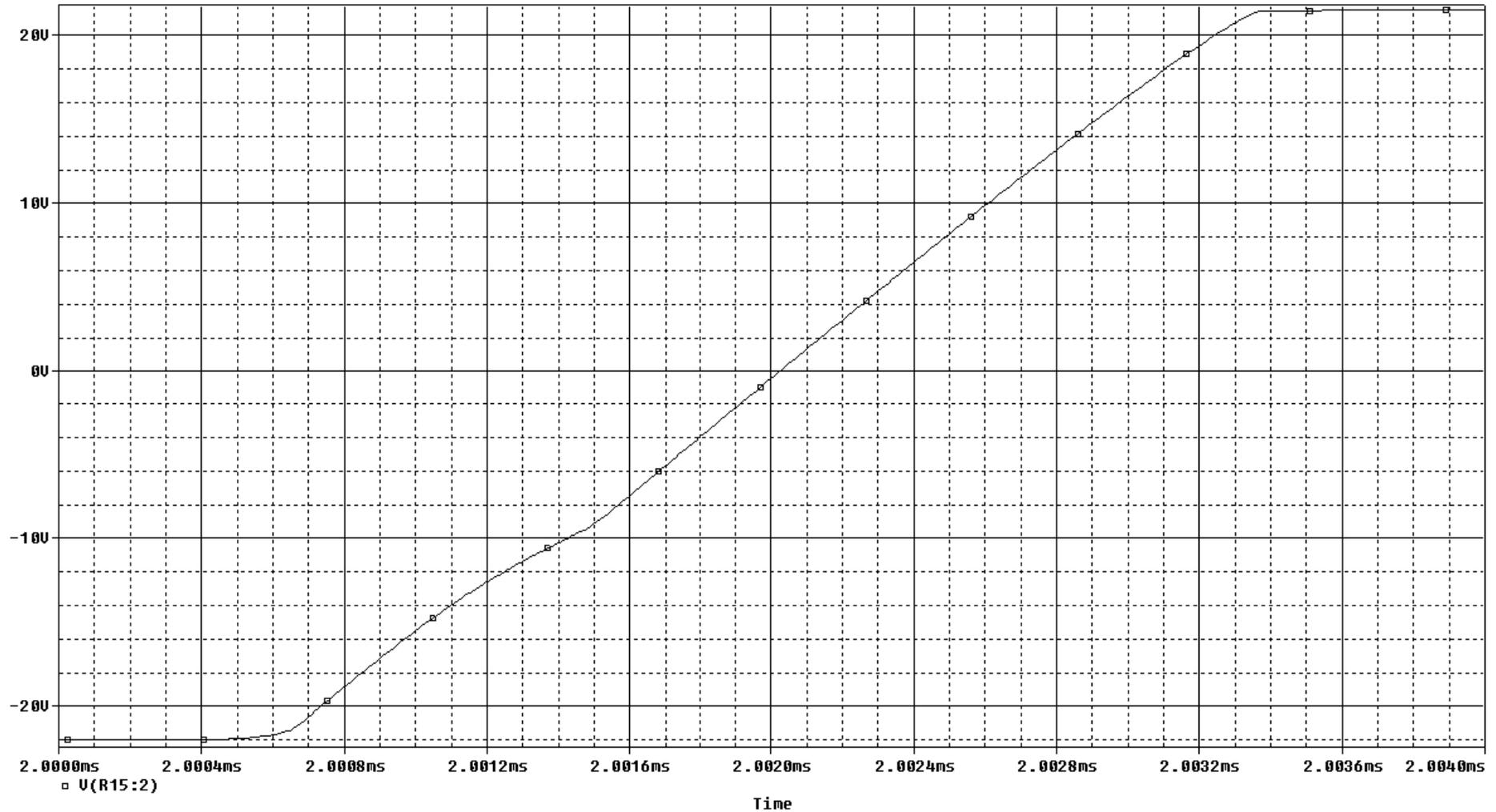


V1 = -1
 V2 = 1
 TD = 0
 TR = 0
 TF = 0
 PW = .0005
 PER = .001

Tensión pico a pico del generador
 2V

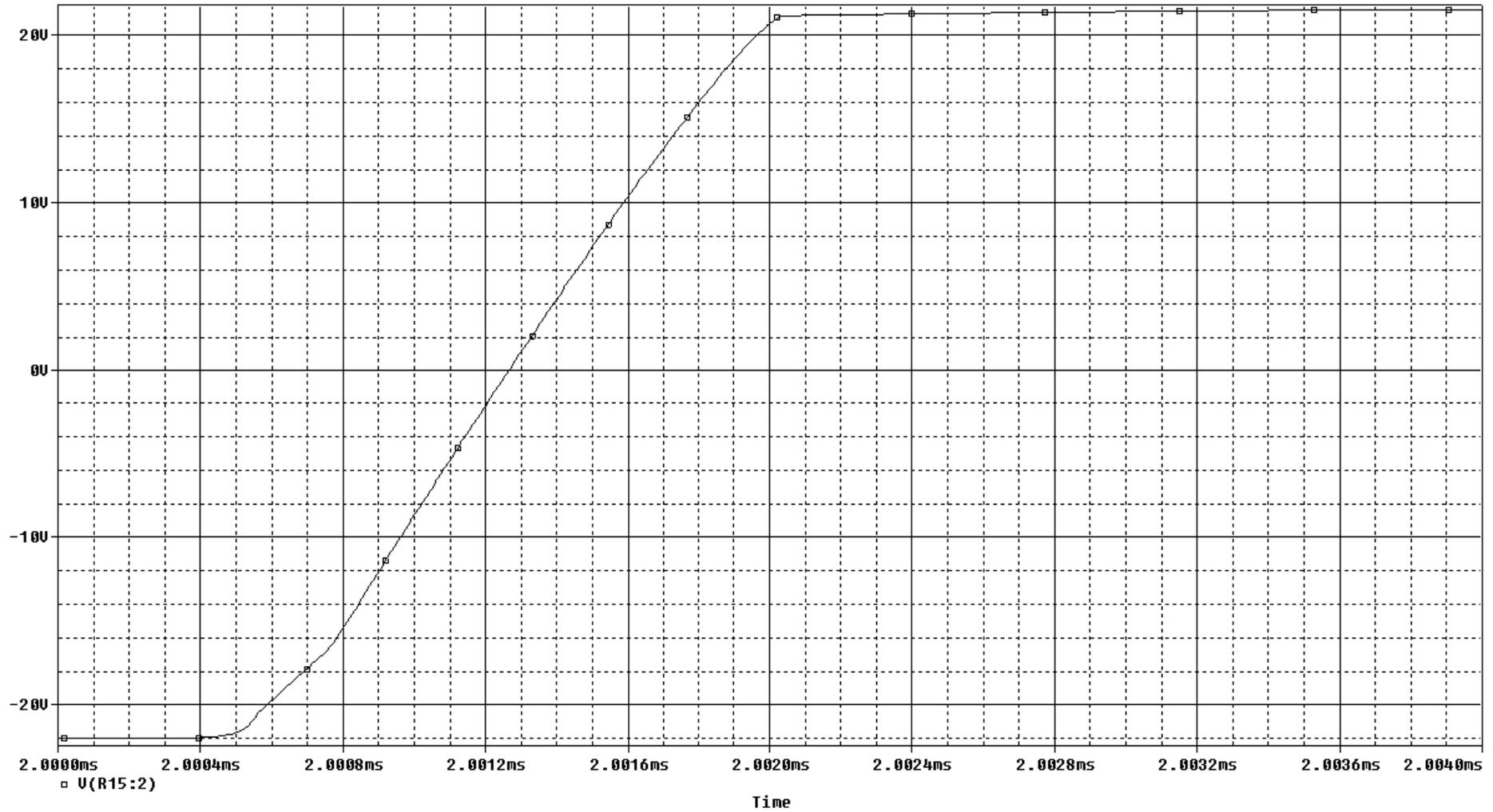
Slew rate = 17V/ μ S

compensado por polo dominante solamente

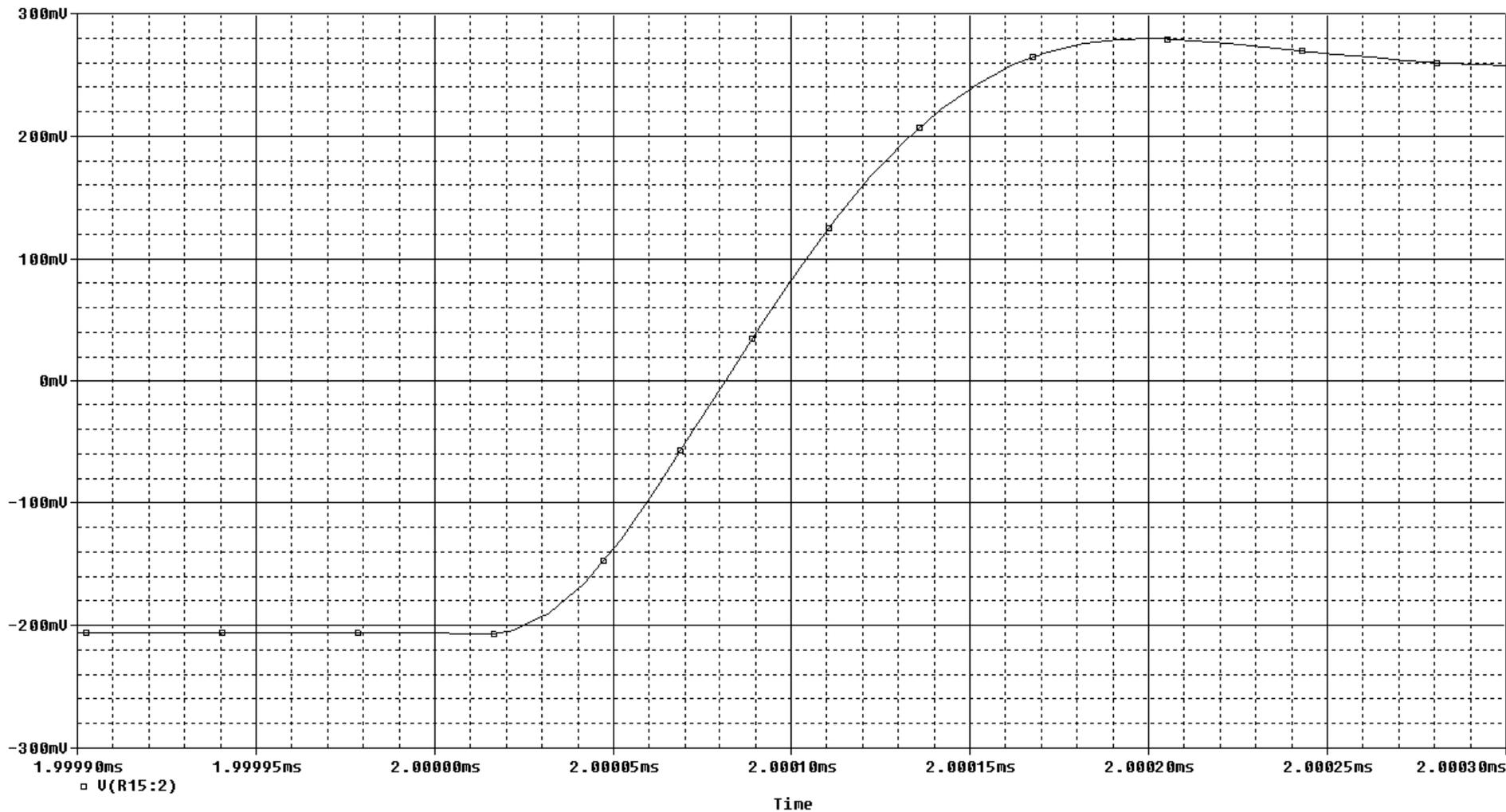


Slew rate = 30V/ μ S

compensado por polo dominante y adelanto de fase

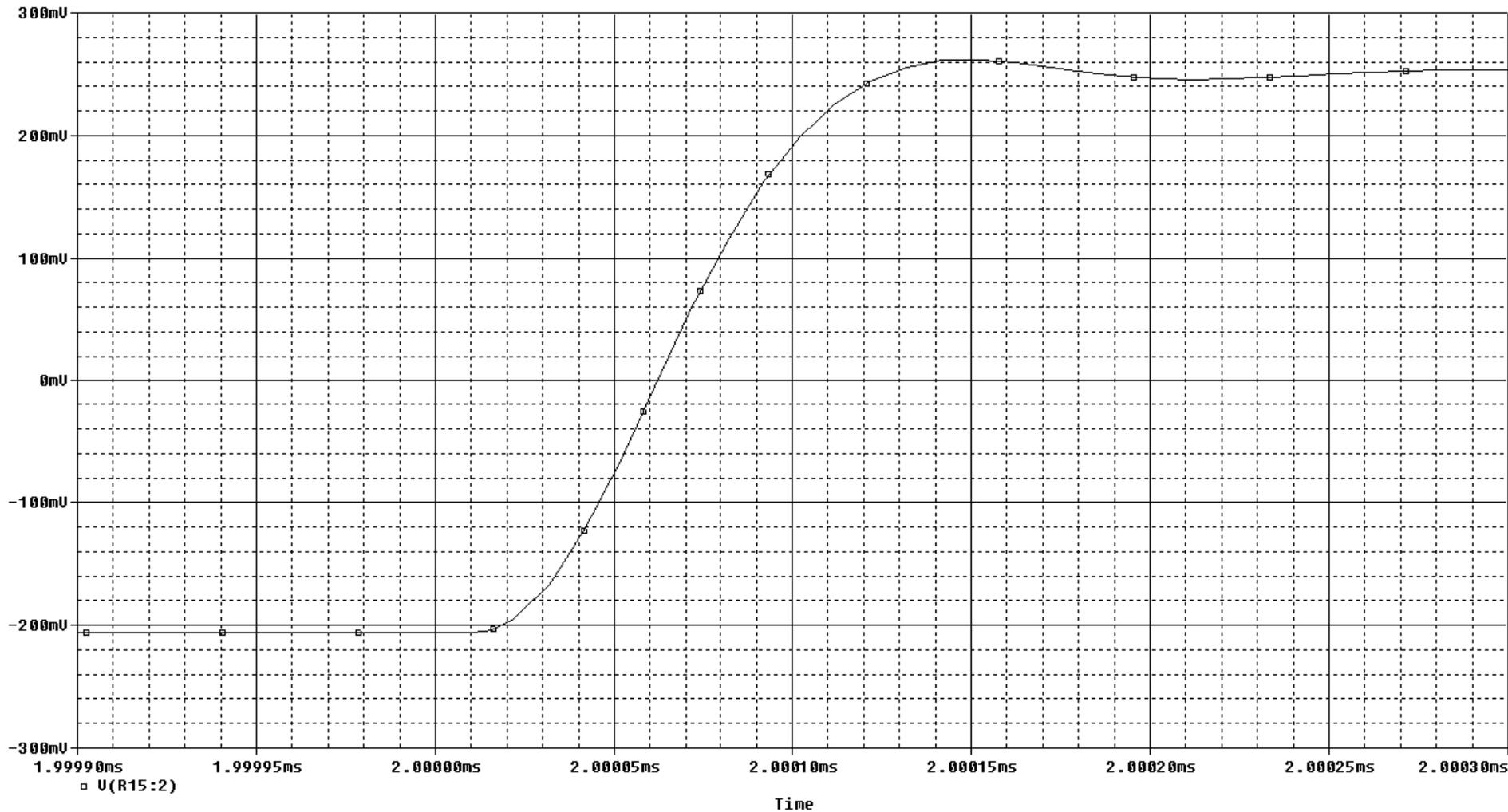


Respuesta para pequeña señal con $C = 100\text{pF}$ por polo dominante solamente
(tensión pico a pico del generador = 20mV)



Tiempo de crecimiento = 90ns

Respuesta para pequeña señal con $C = 50\text{pF}$ y $C_{\text{REALIMENTADOR}} = 1\text{pF}$
(tensión pico a pico del generador = 20mV)



Tiempo de crecimiento = 70ns

Conclusión importante del resultado obtenido en el análisis por simulación

- Se pudo reducir la capacidad requerida para la compensación por polo dominante gracias al agregado de otra capacidad en la red de realimentación de solo 1 pF. Notar que este valor es muy pequeño y puede encontrarse normalmente entre las pistas del circuito impreso donde se montan los componentes del amplificador, por lo que debe extremarse el cuidado en el diseño del mismo.
- Se sugiere utilizar resistores de gran tamaño (mayores al determinado por el estudio de potencias) en los componentes que afectan a las señales de las entradas + y - .
- Igualmente se debe considerar la calidad de los capacitores empleados en el realimentador y en la entrada.