

**CAPITULO IX - Respuesta en Frecuencia de Circuitos Amplificadores:**

## IX.1. - INTRODUCCIÓN:

Puede afirmarse en general que cualquier circuito amplificador se comporta dinámicamente según los estudios realizados en este trabajo, solo en una porción del espectro de frecuencia, denominado Banda o Ancho de Banda de dicho circuito amplificador. Alguna idea se introdujo al respecto cuando en el Capítulo V se mencionó el concepto de Producto Ganancia por Ancho de Banda del Amplificador Operacional tipo 741.

Efectivamente, si ensayamos cualquier circuito amplificador que utilice acoplamiento a R.C., excitándolo con una señal senoidal de amplitud constante y de frecuencia variable, midiendo para cada frecuencia las amplitudes de las señales de entrada y de salida, se puede obtener lo que se conoce como Curva de Respuesta en Frecuencia si representamos gráficamente a los pares de valores  $(V_o/V_s)$  y  $F$ , tal como se indica en la Figura IX.1.

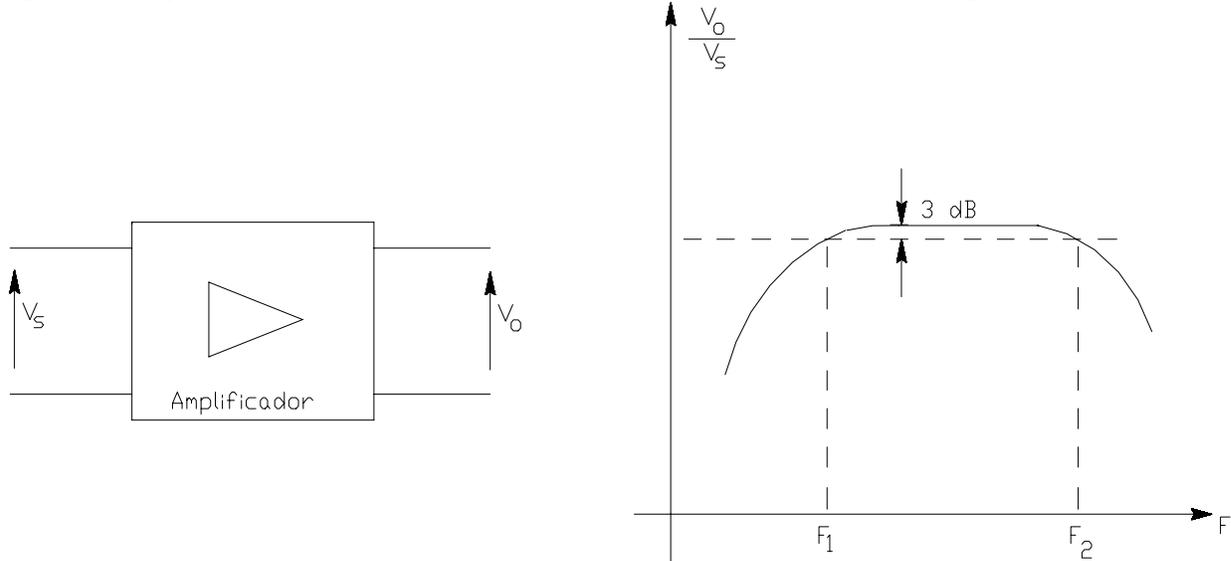


Figura IX.1.

En la zona de bajas frecuencias, la caída de los valores de la relación  $(V_o/V_s)$  o ganancia de tensión es una consecuencia de la acción de las reactancias capacitivas de acoplamiento y de "by pass". En la zona de frecuencias altas, la caída de dicha ganancia de tensión es una consecuencia de la acción de las reactancias debidas a las capacidades internas o intrínsecas de los dispositivos activos.

Puede constatar que dicha ganancia de tensión se mantiene en los valores que arrojan las ecuaciones obtenidas hasta aquí, sólo dentro de la gama de frecuencias comprendidas entre dos particulares valores de frecuencias  $F_1$  y  $F_2$ . Para definir a estas dos frecuencias se toma una cierta tolerancia o cierto error en el valor constante de la ganancia de tensión precedentemente aludida. Si dicho error tolerado se fija en el valor de  $(0,3 \cdot V_o/V_s)$ , lo cual expresado en unidades logarítmicas equivalen a  $-3$  dB, a las frecuencias  $F_1$  y  $F_2$  se las denomina Frecuencias de Corte del circuito amplificador.

Luego según el orden de magnitud de los valores de estas frecuencias de corte, fundamentalmente de  $F_2$ , se puede realizar una nueva clasificación de los circuitos amplificadores, esta vez de acuerdo con su Ancho de Banda o el tipo de señales a las que esta destinado a amplificar. Por ejemplo podremos hablar de los Amplificadores de Audio Frecuencias cuando el valor de  $F_2$  se ubique en alrededor de los 5, 10, 15 ó 20 Khz. y mientras  $F_1$  no supere los 100, 200 ó 300 Hz. En cambio en los Amplificadores de Alta Fidelidad de Audio Frecuencias el límite superior, es decir  $F_2$  puede llegar a ser de 200 o 300 Khz. De la misma forma se suele identificar a los Amplificadores de Radio Frecuencia, a los de Videofrecuencias, etc.

Dado que el Ancho de Banda B se define por  $B = F_2 - F_1$  y que normalmente  $F_2 \gg F_1$ , se tiene que directamente el Ancho de Banda del Amplificador queda definido por la Frecuencia de Corte Superior o  $F_2$ .

El objetivo del presente Capítulo es el estudio de estos nuevos parámetros y fundamentalmente su relación con los tipos y valores de los componentes que conforman algunos de los circuitos amplificadores de bajo nivel más representativos.

IX.2.- ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO EN FRECUENCIA DE AMPLIFICADORES MONOETAPA SIN REALIMENTACIÓN:

IX.2.1.- Amplificador Diferencial / Emisor Común:

En la Figura IX.2. se ha representado el circuito equivalente dinámico, para el modo de excitación diferencial, correspondiente a un amplificador diferencial cargado en su salida en forma diferencial. De acuerdo a los estudios ya realizados aceptamos que en dicho circuito el nodo (A) se comporta como una tierra virtual.

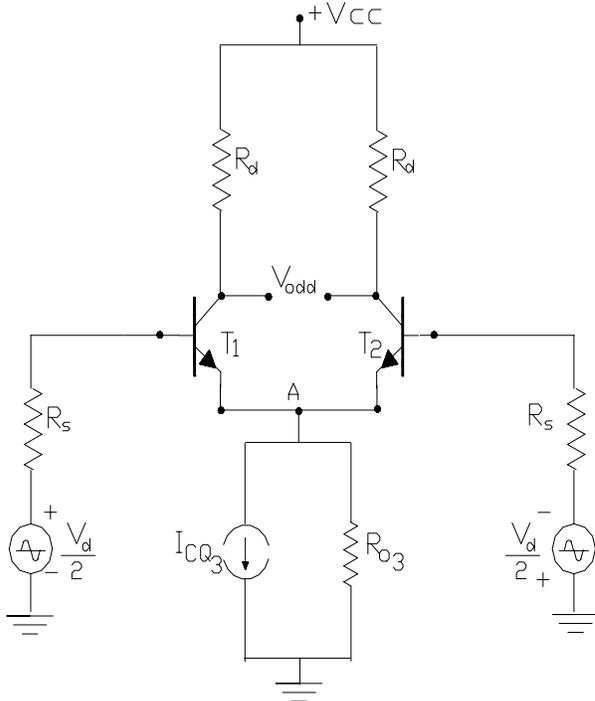


Figura IX.2.

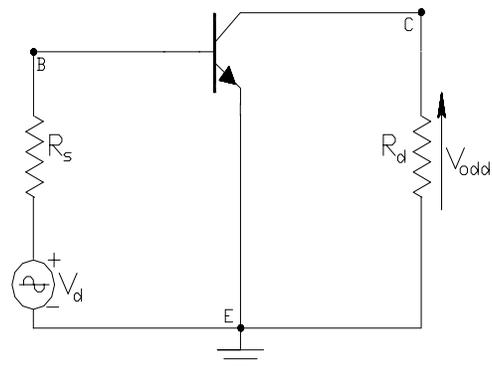


Figura IX.3.

Para la señal diferencial y considerando una simetría perfecta de ambas ramas de dicho amplificador, tal como fuera realizado con anterioridad, dicho circuito amplificador puede ser estudiado por medio de un circuito equivalente conformado por uno solo de los transistores en emisor común, excitado por la mitad del modo diferencial de entrada y en el que en su salida se obtiene  $V_{od} = (V_{odd} / 2)$  o bien, tal como la Figura IX.3. lo indica, excitado con  $V_d$  y con  $V_{odd}$  en su salida.

Comprobamos una vez más que el amplificador diferencial para la señal diferencial de excitación y cargado en forma diferencial se comporta de la misma manera como lo hace una etapa emisor común, motivo por el cual procederemos a realizar a continuación un estudio que es igualmente aplicable a cualquiera de las dos configuraciones, es decir que será válido tanto para el amplificador diferencial como para el emisor común.

Con el objetivo de estudiar el comportamiento de dichos amplificadores en altas frecuencias, es decir en aquellas frecuencias para las cuales ya las reactancias de las capacidades de difusión y de almacenamiento, que aparecen en el funcionamiento de las junturas del transistor bipolar, no pueden seguir considerándose infinito como hasta el presente en todos los análisis dinámicos, procederemos a reemplazar al transistor bipolar por su modelo equivalente válido para dicha gama de frecuencia.

Para tal fin empleamos el modelo de Giacometto al que adaptamos para poder representar a transistores del tipo integrados, como deben ser los que conforman toda configuración diferencial, que registran un nuevo efecto capacitivo entre el terminal activo del colector y el substrato base sobre el que se realiza el integrado. Dicho modelo equivalente con el agregado de los circuitos de excitación y de carga dinámica se representa en la Figura IX.4., en donde se puede observar además que se ha considerado infinito a la resistencia de salida.

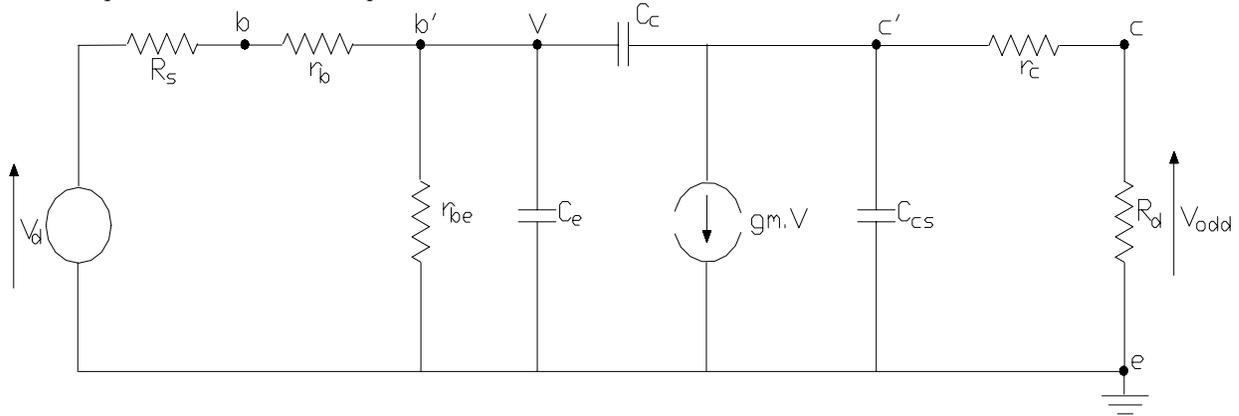


Figura IX.4.

Como se recordará, los capacitores  $C_c$  y  $C_e$  representan respectivamente a los efectos capacitivos del almacenamiento de cargas en la juntura b-c y de difusión de portadores en la base, mientras que el condensador  $C_{cs}$  tiene en cuenta el efectos capacitivo entre colector y substrato que se mencionó precedentemente. El resistor  $r_c$  representa la resistencia del material semiconductor del colector y la de su correspondiente terminal por lo que posee un valor muchas veces similar a la de extensión de base  $r_b$ .

Con la finalidad de relacionar a estos componentes del circuito equivalente de alta frecuencia con otras especificaciones que normalmente proporcionan los fabricantes de semiconductores, reconsideraremos la definición de la ganancia dinámica de corriente extendiéndola hacia frecuencias altas por lo que la llamaremos  $h_{fe}^*$  para diferenciarla con aquella que solo es válida para bajas frecuencias (1000 Hz) y con la que hemos venido trabajando hasta aquí. En consecuencia, en el circuito equivalente de alta frecuencias del bipolar (Fig. IX.4.), de acuerdo con su definición:

$$h_{fe}^* = \frac{i_c}{i_b}, \text{ medidos con } v_{ce} = 0$$

y con la aproximación  $r_c = 0$ , dicho parámetro nos lleva a considerar el circuito equivalente indicado en la Fig. IX.5. Para establecer la relación de las corrientes, debemos considerar que la  $i_c$  es la corriente en el cortocircuito impuesto en la salida del circuito de la Figura IX.5. a efectos de forzar la condición  $v_{ce} = 0$ . De modo que en dicho circuito:

$$I_c = I_{cc} = gm \cdot V \quad (IX.1.)$$

mientras que en la parte de entrada, considerando una excitación del tipo senoidal de frecuencia  $f$ , tal que  $\omega = 2\pi \cdot f$ , la tensión  $V$  resulta:

$$V = I_b \cdot \frac{r_{be} \cdot \frac{1}{j\omega(Ce + Cc)}}{r_{be} + \frac{1}{j\omega(Ce + Cc)}} = I_b \cdot \frac{r_{be}}{1 + j\omega r_{be}(Ce + Cc)} \quad (IX.2.)$$

por lo que reemplazando en (IX.1.) y despejando el cociente que define el  $h_{fe}^*$ :

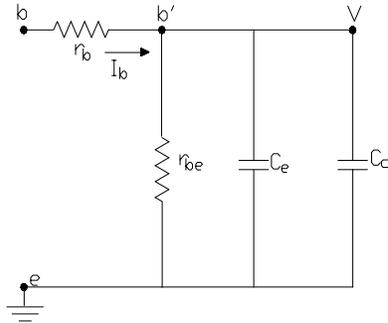


Figura IX.5.

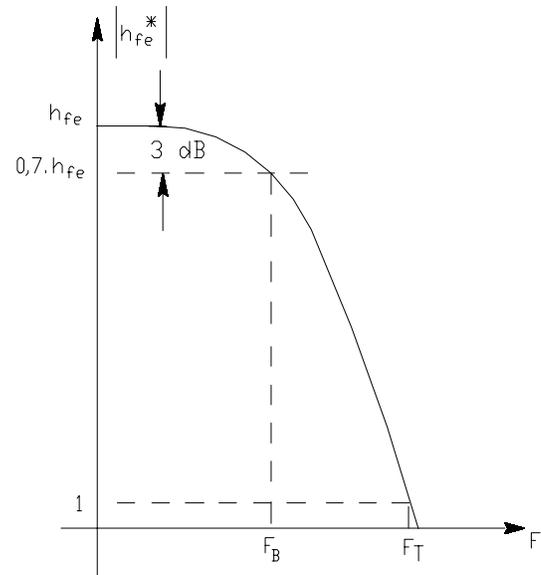


Figura IX.6.

$$h_{fe}^* = \frac{g_m \cdot r_{be}}{1 + j \omega r_{be} (C_e + C_c)} = \frac{h_{fe}}{1 + j \omega r_{be} (C_e + C_c)} = \frac{h_{fe}}{1 + j \frac{\omega}{\omega_\beta}} \quad (IX.3.)$$

En la última ecuación (IX.3.), se ha utilizado la definición  $h_{fe} = g_m \cdot r_{be}$

y hemos llamado

$$\omega_\beta = \frac{1}{r_{be} \cdot (C_e + C_c)} \quad (IX.4.)$$

y por tratarse del cociente entre un número real ( $h_{fe}$ ) y uno complejo, cuyo resultado también complejo puede ser interpretado según una notación polar, consideraremos su módulo  $|h_{fe}^*|$  y su fase  $\phi_{fe}$  por separado, siendo:

$$|h_{fe}^*| = \frac{h_{fe}}{[1 + (\omega/\omega_\beta)^2]^{0.5}} \quad (IX.5.)$$

$$\phi_{fe} = - \arctan \frac{\omega}{\omega_\beta} \quad (IX.6.)$$

Si se representa gráficamente la ecuación (IX.5.), es decir graficando el módulo de la ganancia dinámica de corriente con la salida en cortocircuito del bipolar en alta frecuencia  $|h_{fe}^*|$ , en función de la pulsación  $\omega$ , tal como se observa en la Figura IX.6., a medida que la frecuencia crece por encima del rango de frecuencias medias y bajas, en donde estudiábamos al emisor común y al diferencial en los Capítulos II y IV de este trabajo, la ganancia de corriente del transistor disminuye.

Particularmente, para una pulsación  $\omega_\beta = 2 \cdot \pi \cdot f_\beta$  dicha ganancia de corriente cae al 70 % del valor que posee en frecuencias medias y bajas, por lo que a dicha pulsación (o también a dicha frecuencia) se la denomina pulsación (o frecuencia) de corte propia del transistor bipolar en emisor común con la salida en corto circuito para las señales, algunas veces especificada por los fabricantes.

A partir de la misma gráfica de la Figura IX.6. también se observa que si se aumenta la frecuencia lo suficiente, a una dada pulsación  $\omega_T$  la ganancia  $|h_{fe}^*|$  se hace igual a la unidad por lo que a dicha pulsación (o frecuencia) se la interpreta como de transición, es decir donde el transistor bipolar en emisor común deja de ganar. Como para ello  $\omega_T \gg \omega_\beta$  a dicha frecuencia de transición, la ecuación (IX.5.) resulta:

$$\frac{h_{fe}}{\omega_T} = 1 \quad \text{y por lo tanto} \quad \omega_T = h_{fe} \cdot \omega_\beta = h_{fe} \cdot \frac{1}{r_{be} \cdot (C_e + C_c)} = \frac{g_m}{r_{be} \cdot (C_e + C_c)}$$

$$(\omega_T / \omega_\beta)$$

$$r_{be} \cdot (C_e + C_c) \quad (C_e + C_c)$$

con lo que puede expresarse:

$$C_e + C_c = \frac{g_m}{\omega_T} \quad (IX.7.)$$

Ya que  $C_c$  y  $C_{cs}$  del modelo de la figura IX.4. representan a las capacidades derivadas del almacenamiento de cargas en junturas polarizadas en forma inversa son generalmente proporcionadas por los fabricantes en forma directa y para una dada tensión de polarización inversa de las mismas. Algunas veces los mismos fabricantes proporcionan las curvas de variación de dichas capacidades en función de la mencionada tensión de polarización (resulta inversamente proporcionales al ancho de la zona de transición como en todo capacitor de placas paralelas), de modo que para operar con el citado circuito equivalente es posible extraer de dicha información los valores típicos de esas capacidades para el punto de reposo que se este considerando.

A veces en la misma información los fabricantes incluyen la especificación de  $C_e$  también en forma directa y en función de la tensión de polarización inversa de la juntura base-emisor (con aclaración expresa de que  $I_E = 0$ ). Al respecto hacemos notar que dicha especificación no resulta de utilidad para nuestro caso ya que el transistor bipolar opera como amplificador cuasilineal (juntura base-emisor polarizada en forma directa) por lo que dicha especificación de  $C_e$  como capacidad de almacenamiento debe descartarse.

Efectivamente, el efecto capacitivo que tiene en cuenta  $C_e$  en el modelo de la figura IX.4. es representativo del efecto de difusión de portadores en la base inyectados como consecuencia de la polarización directa de la juntura base-emisor, efecto éste que depende de la intensidad de la corriente de polarización del transistor. Entonces para su cuantificación debe recurrirse generalmente a las especificaciones que proveen los fabricantes en cuanto a la variación de las frecuencias (o pulsaciones) de corte o de transición del transistor (con la salida en corto circuito), en función de la corriente de polarización  $I_C$  para luego operar con las ecuaciones (IX.4.) ó (IX.7.) tal como veremos en los ejemplos numéricos más adelante.

En consecuencia, luego de la obtención o estimación de las resistencias de extensión de base y de colector ( $r_b$  y  $r_c$ ) todos los componentes del circuito equivalente de la Figura IX.4. son ya conocidos y para continuar su estudio procedemos a aplicar el Teorema de Norton en la parte del circuito a la izquierda del capacitor  $C_e$ . Así llamando:

$$R_1 = R_s + r_b \quad (IX.8.) \text{ ,a la Resistencia de Norton } R_T = r_{be} // R_1 \quad (IX.9.) \text{ y la corriente de Norton } I_N = \frac{V_d}{R_1}$$

se puede pasar a analizar otro circuito equivalente al anterior, tal como se representa en la Figura IX.7.:

Por cuanto este nuevo circuito sigue siendo equivalente al del amplificador diferencial o el emisor común en su comportamiento de altas frecuencias, si a partir del mismo establecemos la transferencia entre la tensión de salida y su tensión de excitación estaremos determinando la Ganancia de Tensión de Altas de Frecuencias de dichos amplificadores que llamaremos  $A_{V_a}$  para diferenciarla de la que calculamos en los Capítulos II y IV que a partir de aquí llamaremos  $A_{V_m}$ .

Para tal fin, por una parte consideramos la ecuación de la primera Ley de Kirchoff o ecuación del nodo de entrada:

$$I_N = (G_T + s \cdot C_e) \cdot V + s \cdot C_c \cdot (V - V') \quad (IX.10.)$$

en donde consideramos la admitancia del paralelo entre  $R_T = \frac{1}{G_T}$  y la susceptancia del condensador  $C_e$  ( $s \cdot C_e$ )

empleando al operador matemático "frecuencia compleja"  $s = \alpha + j\omega$  y se ha considerado también ala susceptancia del condensador  $C_c$  como ( $s \cdot C_c$ ). La misma ecuación (IX.10.) se describirá seguidamente teniendo en cuenta la definición de  $I_N$  agrupando términos en el segundo miembro:

$$V_d = R_1 \cdot \{[G_T + s \cdot (C_e + C_c)] \cdot V - s \cdot C_c \cdot V'\} \quad (IX.10'.)$$

Por otra parte, para el nodo de salida se puede escribir una ecuación similar, es decir:

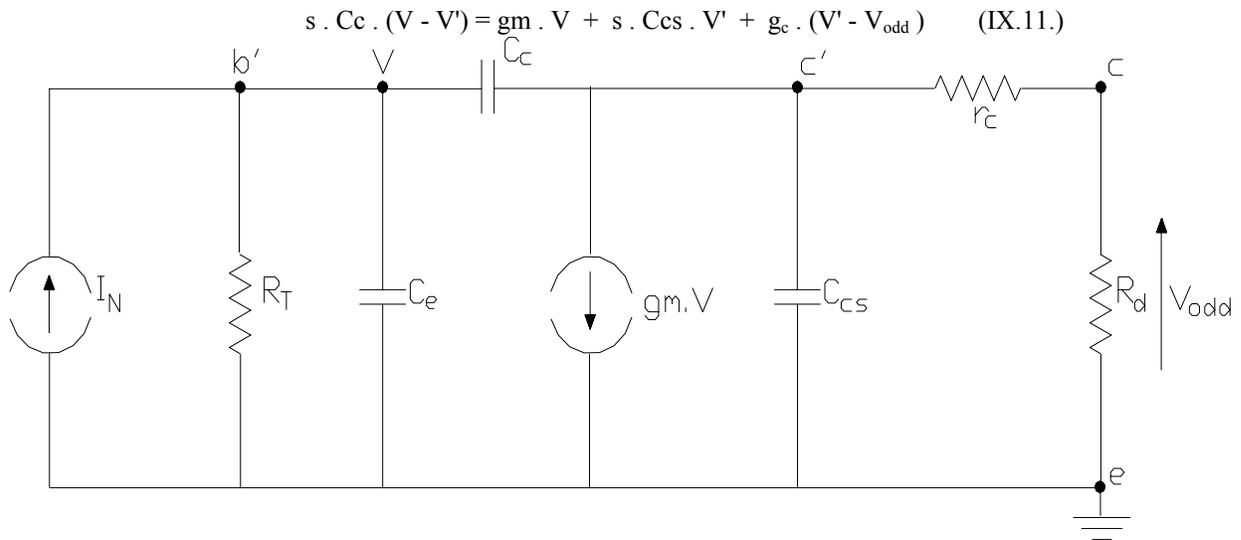


Figura IX.7.

en donde hemos llamado  $g_c = \frac{1}{r_c}$  por lo que aquí también, agrupando convenientemente:

$$0 = (g_m - s \cdot C_c) \cdot V + [g_c + s \cdot (C_c + C_{cs})] \cdot V' - g_c \cdot V_{odd} \quad (IX.11')$$

Asimismo en el circuito serie formado por  $r_c$  y  $R_d = \frac{1}{G_d}$  la corriente resulta:

$$g_c \cdot (V' - V_{odd}) = G_d \cdot V_{odd} \quad \text{por lo que} \quad 0 = g_c \cdot V' - (G_d + g_c) \cdot V_{odd} \quad (IX.12.)$$

Las ecuaciones (IX.10'), (IX.11') y (IX.12.) así planteadas conforman un sistema de tres ecuaciones con cuatro incógnitas a saber,  $V_d$ ,  $V$ ,  $V'$  y  $V_{odd}$ , por lo que su resolución nos permitirá establecer la relación entre dos de ellas, por ejemplo entre  $V_{odd}$  y  $V_d$ , permitiéndonos encontrar así a la que hemos llamado Ganancia de Tensión en Alta Frecuencia  $A_{Va}$ .

Para tal fin a partir de la (IX.12.)  $V' = \frac{g_c + G_d}{g_c} \cdot V_{odd}$  (IX.12')

luego reemplazándola en (IX.11'):

$$V = \frac{G_d + s \cdot (C_c + C_{cs}) \cdot [1 + (G_d/g_c)]}{g_m - s \cdot C_c} \cdot V_{odd} \quad (IX.13.)$$

entonces, reemplazando las (IX.12') y (IX.13.) en la ecuación (IX.10') y despejando el cociente  $\frac{V_{odd}}{V_d}$  la ganancia de tensión en alta frecuencia resulta:

$$A_{Va}(s) = \frac{-(g_m - s \cdot C_c) / R_1}{[G_T + s \cdot (C_c + C_{cs})] \cdot \{G_d + s \cdot (C_c + C_{cs}) \cdot [1 + (G_d/g_c)]\} + s \cdot C_c \cdot g_m \cdot [1 + (G_d/g_c)] - s^2 \cdot C_c^2 \cdot [1 + (G_d/g_c)]}$$

Si ahora multiplicamos numerador y denominador de esta última expresión por  $(R_T \cdot R_d)$  la misma puede ser considerada como el cociente de un polinomio Numerador  $N(s)$  de primer orden y otro polinomio Denominador  $D(s)$  que es de orden 2, de manera que:

$$N(s)$$

$$A_{va}(s) = \frac{R_T \cdot R_d}{D(s)} \quad \text{en donde:}$$

$$N(s) = - (gm - s \cdot Cc) \cdot \frac{R_T \cdot R_d}{R_1} \quad (\text{IX.14.})$$

$$D(s) = 1 + s \cdot Ce \cdot R_T + s \cdot Cc \cdot R_T \cdot [1 + gm \cdot R_d' + (R_d'/R_T)] + s \cdot Ccs \cdot R_d' + s^2 \cdot R_d' \cdot R_T \cdot (Ce \cdot Cc + Ce \cdot Ccs + Cc \cdot Ccs)$$

expresión esta última en la que se ha considerado:

$$R_d \cdot [1 + (G_d/g_c)] = R_d \cdot [1 + (r_c/R_d)] = R_d + r_c = R_d'$$

luego llamando:

$$R_x = R_T \cdot [1 + gm \cdot R_d' + (R_d'/R_T)] \quad (\text{IX.15.}) \quad \text{y} \quad Cx^2 = Ce \cdot Cc + Ce \cdot Ccs + Cc \cdot Ccs \quad (\text{IX.16.})$$

el mismo polinomio denominador D(s) puede ser expresado según:

$$D(s) = 1 + s \cdot Ce \cdot R_T + s \cdot Cc \cdot R_x + s \cdot Ccs \cdot R_d' + s^2 \cdot R_d' \cdot R_T \cdot Cx^2$$

notándose que el término lineal se encuentra constituido por la sumatoria de tres constantes de tiempo:

$$\tau_1 = Ce \cdot R_T \quad ; \quad \tau_2 = Cc \cdot R_x \quad ; \quad \tau_3 = Ccs \cdot R_d' \quad \text{tales que introduciéndolas en D(s):}$$

$$D(s) = 1 + s (\tau_1 + \tau_2 + \tau_3) + s^2 \cdot R_d' \cdot R_T \cdot Cx^2 \quad (\text{IX.17.})$$

con lo que la Ganancia de Tensión del Emisor Común o del Diferencial en Alta Frecuencia queda:

$$A_{va}(s) = \frac{R_T \cdot R_d}{- (gm - s \cdot Cc) \cdot \frac{R_T \cdot R_d}{R_1}} \cdot \frac{R_T \cdot R_d}{1 + s (\tau_1 + \tau_2 + \tau_3) + s^2 \cdot R_d' \cdot R_T \cdot Cx^2} \quad (\text{IX.18.})$$

A partir de esta expresión, si determinamos su límite para  $s$  tendiendo a cero, significa que desde el rango de altas frecuencias nos estamos desplazando hacia frecuencias medias por lo que  $A_{va}(s=0) = A_{vm}$ , vale decir, que en el segundo miembro de la ecuación (IX.18.) para dicha condición se tendrá:

$$A_{va}(s=0) = A_{vm} = - gm \cdot R_d \cdot \frac{R_T}{R_1} = - gm \cdot R_d \cdot \frac{r_{be}}{r_{be} + r_b + R_s} = \frac{- h_{fe} \cdot R_d}{h_{ie} + R_s}$$

es decir un resultado idéntico al obtenido ya en Capítulos precedentes.

La expresión (IX.18.) también nos dice que en el rango de altas frecuencias la Ganancia de Tensión se define como el cociente de dos polinomios en  $s$ , uno numerador N(s) de orden uno, y otro denominador D(s) de segundo orden, por lo que dicha Ganancia estará condicionada por la ubicación en frecuencias de sus ceros o raíces de N(s) y de sus polos o raíces de D(s).

Como N(s) es de primer orden la Transferencia de Tensiones tiene un solo cero  $z_0$  y el mismo puede determinarse igualando a cero a N(s) de modo que:

$$gm - z_0 \cdot Cc = 0 \quad \text{con lo cual el cero } z_0 \text{ resulta:} \quad z_0 = \frac{gm}{Cc} \quad (\text{IX.19.})$$

Para la determinación de las dos raíces del polinomio denominador D(s) ya que el mismo es de segundo orden, en este desarrollo teórico preferimos no poner en práctica la ecuación de resolución de las raíces de una

ecuación de segundo orden tradicional, que sería tal vez lo más expeditivo en un caso en que los coeficientes de dicho polinomio sean ya valores numéricos, y en cambio tendremos en cuenta alguna de las propiedades de dichas raíces. Para tal fin consideremos que nuestro polinomio D(s) es de la forma:

$$D(s) = a_2 \cdot s^2 + a_1 \cdot s + 1 \quad (\text{IX.20.}) \quad \text{y para obtener sus raíces igualamos a cero:} \quad a_2 \cdot s^2 + a_1 \cdot s + 1 = 0$$

si  $p_1$  y  $p_2$  son las dos raíces de dicho polinomio, entonces una de las propiedades de dichas raíces se expresa de modo que:

$$D(s) = a_2 \cdot (s - p_1) \cdot (s - p_2) \quad \text{o sea} \quad D(s) = a_2 \cdot [s^2 - s \cdot (p_1 + p_2) + p_1 \cdot p_2]$$

por lo que comparando la última expresión de D(s) con la ecuación (IX.20) surge que:

$$\frac{a_1}{a_2} = -(p_1 + p_2) \quad (\text{IX.21.}) \quad \text{y} \quad \frac{1}{a_2} = p_1 \cdot p_2 \quad (\text{IX.22.})$$

Ocurre invariablemente en este tipo de etapas Emisor Común o Diferencial que uno de estos dos polos de su Ganancia de Tensión en Alta Frecuencia esta ubicado a una frecuencia mucho mayor que la del otro (normalmente 10 veces mayor), por lo que suponiendo a  $p_1 \gg p_2$  la ecuación (IX.21.) prácticamente sin error puede aproximarse a:

$$\frac{a_1}{a_2} = -p_1 \quad (\text{IX.21'.}) \quad \text{y reemplazando en la (IX.22.)} \quad p_2 = -\frac{1}{a_1} \quad (\text{IX.23.})$$

Aplicando estas consideraciones a nuestro polinomio D(s) se obtiene que sus raíces o sea los polos de nuestra función transferencia de tensiones resultan:

el de más bajas frecuencias: 
$$p_2 = -\frac{1}{(\tau_1 + \tau_2 + \tau_3)} \quad (\text{IX.24.})$$

y el restante: 
$$p_1 = -\frac{(\tau_1 + \tau_2 + \tau_3)}{R_d' \cdot R_T \cdot Cx^2} \quad (\text{IX.25.})$$

Concluidas estas consideraciones, la ecuación transferencia dada por la expresión (IX.18.) puede ser expresada ahora en función de sus ceros ( $z_0$ ) y sus polos ( $p_1$  y  $p_2$ ), es decir:

$$A_{Va}(s) = K' \cdot \frac{(s - z_0)}{(s - p_1) \cdot (s - p_2)} \quad (\text{IX.26.})$$

por lo que se comprende que la forma de variación de dicha transferencia en función de la frecuencia s dependerá de la ubicación en frecuencia de dichos polos y ceros.

La constante K' puede hallarse por el procedimiento del límite para s tendiendo a cero (de frecuencias altas a frecuencias medias y bajas), para lo cual se tendrá en cuenta que dicho límite del primer miembro de la ecuación (IX.26.) y según lo ya anticipado (en relación a la ecuación IX.18.) resultó:

$$A_{Va}(s=0) = A_{Vm}$$

mientras que para su segundo miembro:

$$\text{Limite}_{s \rightarrow 0} \left[ K' \cdot \frac{(s - z_0)}{(s - p_1) \cdot (s - p_2)} \right] = \frac{-K' \cdot z_0}{p_1 \cdot p_2}$$

por lo que igualando los dos segundos miembros resulta:  $-A_{Vm} \cdot p_1 \cdot p_2$

$$K' = \frac{\dots}{z_0}$$

de modo que la ecuación (IX.26.) es también:

$$A_{Va}(s) = \frac{-A_{Vm} \cdot p_1 \cdot p_2}{z_0} \cdot \frac{(s - z_0)}{(s - p_1) \cdot (s - p_2)} \quad (IX.26')$$

Así a medida que se incremente la frecuencia por encima del rango de frecuencias medias la singularidad (polo o cero) que mayor influencia tendrá es la que más abajo en frecuencia se encuentre ubicada, a punto tal que si solo interesa estudiar el comportamiento del amplificador en aquel rango de frecuencias en donde dicha transferencia comienza recién a caer, la expresión precedente puede ser aproximada despreciando alguna o algunas de sus singularidades.

Particularmente en nuestra etapa el cero  $z_0$  viene dado por la expresión (IX.19.), es decir  $(gm/Cc)$  que si comparamos con la expresión (IX.7.) o sea  $[gm/(Cc+Ce)] = \omega_T$ , vamos a concluir en que la ubicación del mismo se encuentra en frecuencias superiores a la de transición del transistor ( $F_T$ ) en donde, por supuesto, su influencia no resulta de interés si lo que se pretende es la determinación del ancho de banda del amplificador.

La situación expuesta puede comprobarse si operando con un plano de frecuencia compleja  $s = \alpha + j\omega$  intentamos representar en él a los ceros y los polos de  $A_{Va}(s)$ , ya que si elegimos una escala tal que nos permita representar dentro del semieje real negativo a los polos  $p_1$  y  $p_2$  (recordar que tal como se adelantó, siempre en este tipo de etapas  $p_1 > 10 \cdot p_2$ ), el cero  $z_0$  nos cae totalmente fuera del ámbito del gráfico y mientras  $p$  queda situado muy próximo al origen,  $p$  se ubica en el extremo más alejado del semieje real negativo.

Trabajando con este tipo de gráficos, tal como se representa en la Figura IX.8. y para una señal de excitación del tipo senoidal, para la cual  $s = j\omega$ , las singularidades de la ecuación transferencia (IX.26') en el dominio de  $j\omega$  y para una dada frecuencia  $F_i$ , es decir  $A_{Va}(j\omega_i)$  quedan representadas por los radiovectores de módulo  $\beta$  y fase  $\phi$  para los ceros y módulos  $\rho$  y fases  $\phi$  para los polos, por lo que:

$$A_{Va}(j\omega_i) = \frac{-A_{Vm} \cdot p_1 \cdot p_2}{z_0} \cdot \frac{\beta \cdot e^{j\phi}}{\rho_1 \cdot e^{j\phi_1} \cdot \rho_2 \cdot e^{j\phi_2}} \quad (IX.26'')$$

Como veremos más tarde frecuencias altas que se encuentran dentro de la banda de paso o ancho de banda del amplificador son aquellas no mucho mayores a la frecuencia  $F_2$  a la cual se encuentra situado el polo  $p_2$  o sea el de más baja frecuencia. Ello significa que si el interés es solamente analizar a esta transferencia hasta ese entorno de frecuencias, los radiovectores:

$$\frac{(j\omega - z_0)}{(z_0 - 0)} = \frac{\beta \cdot e^{j\phi}}{z_0} = -1 \quad \text{y} \quad \frac{(p_1 - 0)}{(j\omega - p_1)} = \frac{p_1}{\rho_1 \cdot e^{j\phi_1}} = -1 \quad (\text{aproximadamente})$$

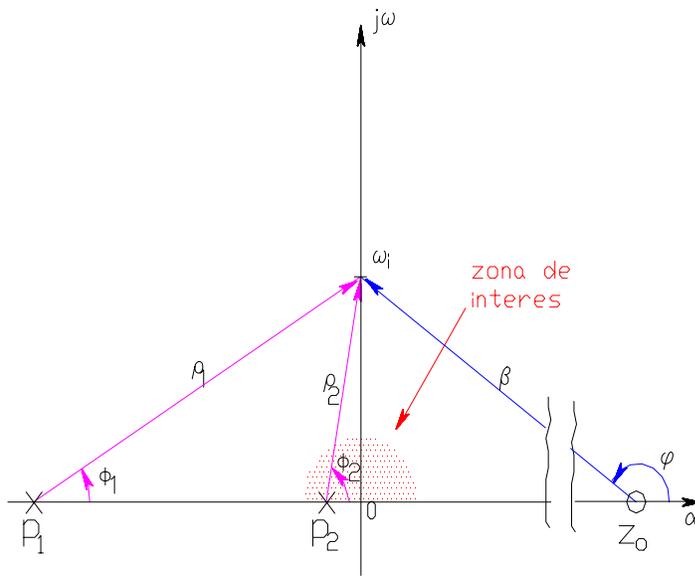


Figura IX.8.

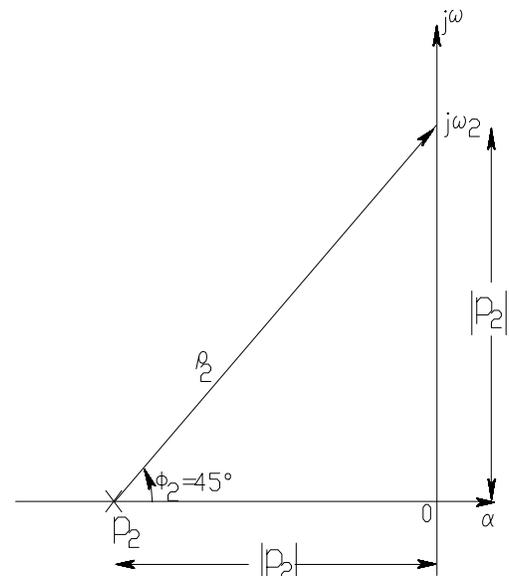


Figura IX.9.

por lo que:

$$A_{Va}(j\omega_1) = \frac{-A_{Vm} \cdot p_2}{\rho_2 \cdot e^{j\phi_2}} \quad (IX.26''')$$

que ahora podemos pasar a analizar con mayor grado de detalle en otro plano  $s$  readequando su factor de escala de modo que se pueda representar, lo más alejado posible del origen, el único polo que quedó condicionando a la transferencia, tal como se indica en el gráfico de la Figura IX.9.

Si se deseara encontrar el valor de esta ganancia de tensión en alta frecuencia de la etapa bajo estudio, para una particular frecuencia que llamamos  $F_2$ , tal que sobre el eje  $j\omega$  se encuentra representada por un punto separado del origen de coordenadas en una magnitud igual a la del polo  $p_2$ , es decir:

$$\omega_2 = -p_2$$

tal como se describe en la mencionada figura, se formaría un triángulo rectángulo e isósceles, en donde:

$$\rho_2 = (\omega_2^2 + \omega_2^2)^{1/2} = 1,41 \cdot \omega_2 \quad \text{y} \quad \phi_2 = 45^\circ$$

en consecuencia a partir de la ecuación (IX.26''') se puede determinar el Módulo de dicha ganancia de tensión y la fase de la misma, de manera que:

$$[A_{Va}(j\omega_2)] = \frac{[A_{Vm}] \cdot \omega_2}{\rho_2} = \frac{[A_{Vm}] \cdot \omega_2}{1,41 \cdot \omega_2} = 0,707 \cdot [A_{Vm}] \quad \text{y} \quad \theta_{Va}(j\omega_2) = \theta_{Vm} - 45^\circ = 135^\circ$$

vale decir que por el resultado obtenido con el Modulo de dicha ganancia (70 % del valor que la misma tiene en frecuencias medias), se concluye que la frecuencia  $F_2$  en la que se encuentra ubicado el polo  $p_2$  resulta ser la frecuencia de corte superior de la etapa, se dice en este caso que la transferencia estudiada dispone de un polo dominante en alta frecuencias y en consecuencia:

$$\omega_2 = 2 \cdot \pi \cdot F_2 = -p_2 = \frac{1}{\tau_1 + \tau_2 + \tau_3}$$

IX.2.2.- Ejemplo de determinación de la frecuencia de corte superior de una etapa amplificadora diferencial:

A título de ejemplo tomaremos la etapa amplificadora diferencial que se proyectó en el desarrollo del apartado IV.5.1. cuando se consideraban criterios de proyecto de este tipo de configuraciones (en frecuencias medias) y que responden al esquema circuital de la Figura IV.26.. Recordemos que para la misma ya se habían verificado:

$$\text{Para } V_{CC} = V_{EE} = 10 \text{ V} ; R = 8,2 \text{ KOhm} ; R_{C1-2} = 15 \text{ KOhm} ; R_L = 10 \text{ KOhm} ; R_{B1-2} = 100 \text{ Ohm}$$

$$I_{CQ3} = \frac{V_{EE} - V_{BEu4}}{R} = \frac{10 - 0,6}{8,2 \cdot 10^3} = 1,146 \text{ mA} ; I_{CQ1-2} = \frac{I_{CQ3}}{2} = \frac{1,146}{2} = 0,57 \text{ mA}$$

$$V_{CEQ1-2} = V_{CC} + 0,6 \text{ (V)} - I_{CQ1-2} \cdot R_{C1-2} = 10 + 0,6 - 0,57 \cdot 10^{-3} \cdot 15 \cdot 10^3 = 2 \text{ V}$$

para  $F = 1 \text{ Khz}$  ;  $I_C = 1,2 \text{ mA}$  y  $V_{CE} = 3 \text{ V}$ :

$$h_{ie} = 0,9 \cdot 3,5 \text{ KOhm} = 3,15 \text{ KOhm} - h_{fe} = 1 \cdot 100 = 100$$

$$h_{oe} = 15,6 \cdot 10^{-6} \cdot 1,1 = 17,16 \cdot 10^{-6} \text{ (A/V)} \text{ y } r_o = 58 \text{ KOhm}$$

para  $F = 1 \text{ Khz}$  ;  $I_C = 0,6 \text{ mA}$  y  $V_{CE} = 3 \text{ V}$ :

$$h_{ie} = 1,5 \cdot 3,5 \text{ KOhm} = 5,25 \text{ KOhm} - h_{fe} = 1 \cdot 100 = 100 ;$$

$$h_{oe} = 15,6 \cdot 10^{-6} \cdot 0,65 = 10,14 \cdot 10^{-6} \text{ (A/V)} \text{ y } r_o = 98,6 \text{ KOhm}$$

$$R_d = \frac{10 \cdot 15 \cdot 10^3}{(10 + 15)} = 6 \text{ KOhm}$$

$$A_{vd} = \frac{-R_d}{2 \cdot [h_{ib1-2} + (R_{B1-2} / h_{fe1-2})]} = \frac{-6 \cdot 10^3}{2 [53 + (100/100)]} = \frac{-60}{1,08} = -55,5 = A_{vm}$$

$$\rho = \frac{R_{o3}}{h_{ib1-2} + (R_{B1-2} / h_{fe1-2})} = \frac{58 \cdot 10^3}{53 + (100/100)} = 1074 = 60,6 \text{ dB}$$

$$R_{oAd} = r_{o2} // R_{C2} = \frac{98,6 \cdot 15 \cdot 10^3}{98,6 + 15} = 13 \text{ KOhm}$$

$$R_{id} = 2 \cdot h_{ie1-2} = 2 \cdot 5,25 \cdot 10 = 10,5 \text{ KOhm}$$

Para la determinación del circuito equivalente de la Figura IX.7. estimaremos para los transistores  $T_1$  y  $T_2$  que:  $r_b = 200 \text{ Ohm}$  y  $r_c = 150 \text{ Ohm}$ . y con la finalidad de cuantificar las capacidades  $C_c$  y  $C_{cs}$ . Pasamos a determinar las tensiones  $V_{CB}$  y  $V_{CS}$  para los mismos transistores:

$$V_{CT1-2} = V_{CC} - I_{CQ1-2} \cdot R_{C1-2} = 10 \text{ V} - 0,57 \cdot 10^{-3} \cdot 15 \cdot 10^3 = 1,45 \text{ V} \text{ mientras que } V_{BT1-2} = 0 \text{ V}$$

$$V_{CB1-2} = V_{CT1-2} - V_{BT1-2} = 1,45 \text{ V}$$

Observando detenidamente las indicaciones del fabricante se puede constatar que para una correcta operación del circuito integrado se recomienda conectar al terminal de sustrato (terminal Nro. 13) al borne con polaridad más negativa que disponga el circuito de polarización, en nuestro caso  $-V_{EE} = -10 \text{ V}$ , por lo que:

$$V_{CS} = V_{CT} + V_{EE} = 1,45 \text{ V} + 10 \text{ V} = 11,45 \text{ V}$$

La especificación del fabricante asegura:

$$\text{Collector-to-Base Capacitance } C_{CB0} \text{ para } V_{CB} = 3 \text{ V} - I_C = 0 : C_c = 0,58 \text{ pF}$$

Collector-to-Substrate Capacitance  $C_{Cl0}$  para  $V_{Cl} = 3 \text{ V} - I_C = 0$  :  $C_{cs} = 2,8 \text{ pF}$

como no se suministran curvas de variación con las respectivas tensiones de polarización, y dado que en nuestro caso las mismas difieren de las condiciones de especificación, es posible corregir las mismas utilizando las siguientes expresiones aproximadas:

$$C_c = C_{c0} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{V_{CB}}{0,7}\right)^{1/3}} \quad \text{a partir de lo especificado} \quad C_{c0} = C_c \cdot \left(1 + \frac{V_{CB}}{0,7}\right)^{1/3} = 0,58 \cdot \left(1 + \frac{3}{0,7}\right)^{1/3} = 1,01 \text{ pF}$$

$$C_{cs} = C_{cs0} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{V_{CS}}{0,7}\right)^{1/3}} \quad \text{a partir de lo especificado} \quad C_{cs0} = 2,8 \cdot \left(1 + \frac{3}{0,7}\right)^{1/3} = 4,88 \text{ pF}$$

por lo que para  $V_{CB} = 1,45 \text{ V}$ :  $C_c = 1,01 \text{ pF} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{1,45}{0,7}\right)^{1/3}} = 0,695 \text{ pF}$

mientras que para  $V_{CS} = 11,45 \text{ V}$   $C_{cs} = 4,88 \text{ pF} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{11,45}{0,7}\right)^{1/3}} = 1,885 \text{ pF}$

Por otra parte de la curva de  $F_T = f(I_C)$  que provee el fabricante, extraemos que para  $I_{CQ1-2} = 0,57 \text{ mA}$  se obtiene una  $F_T = 400 \text{ Mhz}$ , con lo que aplicando la ecuación (IX.7.) se obtiene

$$: \quad C_e = \frac{g_m}{\omega_T} - C_c = \frac{40 \cdot 0,57 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 3,14 \cdot 400 \cdot 10^6} - 0,695 = 8,38 \text{ pF}$$

$$r_{be} = h_{ie1-2} - r_b = 5250 - 200 = 5,05 \text{ Kohm} \quad \text{con} \quad g_m = 40 \cdot I_{CQ1-2} = 22,8 \text{ mA/V}$$

en consecuencia a partir de las ecuaciones (IX.8.) y (IX.9.):

$$R_1 = R_s + r_b = 100 + 200 = 300 \text{ Ohm} \quad \text{mientras que} \quad R_T = \frac{r_{be} \cdot R_1}{r_{be} + R_1} = \frac{5,05 \cdot 0,3 \cdot 10^3}{5,05 + 0,3} = 283,2 \text{ Ohm}$$

$$R_d' = R_d + r_c = 6 \text{ KOhm} + 150 \text{ Ohm} = 6,15 \text{ KOhm}$$

y con ayuda de las ecuaciones (IX.15.) y (IX.16.):

$$R_x = R_T \cdot \left[1 + g_m \cdot R_d' + (R_d'/R_T)\right] = 283,2 \cdot \left(1 + 22,8 \cdot 6,15 + \frac{6150}{283,2}\right) = 46.143,5 \text{ Ohm}$$

$$C_x^2 = C_e \cdot C_c + C_e \cdot C_{cs} + C_c \cdot C_{cs} = 8,38 \cdot 0,695 \text{ pF}^2 + 8,38 \cdot 1,885 \text{ pF}^2 + 0,695 \cdot 1,885 \text{ pF}^2 = 22,93 \text{ pF}^2$$

en consecuencia las constantes de tiempo son:

$$\tau_1 = C_e \cdot R_T = 8,38 \cdot 10^{-12} \cdot 283,2 = 2,37 \text{ nseg.}$$

$$\tau_2 = C_c \cdot R_x = 0,695 \cdot 10^{-12} \cdot 46.143,5 = 32,07 \text{ nseg.}$$

$$\tau_3 = Ccs \cdot R_d' = 1,885 \cdot 10^{-12} \cdot 6150 = 11,59 \text{ nseg.}$$

y su sumatoria:  $\tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 = 2,37 + 32,07 + 11,59 = 46,03 \text{ nseg.}$

Por lo que el polo dominante de alta frecuencia se ubica en:

$$p_2 = \frac{-1}{\tau_1 + \tau_2 + \tau_3} = \frac{-10^9}{46,03} = -21,72 \cdot 10^6 \text{ rad./seg.} = -\omega_2$$

y por lo tanto la frecuencia de corte superior de la etapa es:

$$F_2 = \frac{\omega_2}{2 \cdot \pi} = \frac{21,72 \cdot 10^6}{6,28} = 3,46 \text{ Mhz.} \quad (< F_\beta = \frac{F_T}{h_{fe}} = 4 \text{ MHz.})$$

A pesar de que el problema quedaría concluido aquí si lo que interesara fuese solamente el conocimiento del ancho de banda del amplificador, a fin de comprobar numéricamente nuestras afirmaciones respecto a la característica de dominante del polo calculado, determinaremos las frecuencias en que se ubican el segundo polo ( $p_1$ ) y el cero ( $z_0$ ):

$$Cx^2 \cdot R_T \cdot R_d' = 22,93 \cdot 10^{-24} \cdot 283,2 \cdot 6150 = 39,9 \text{ nseg.}^2$$

$$p_1 = \frac{-(\tau_1 + \tau_2 + \tau_3)}{Cx^2 \cdot R_T \cdot R_d'} = \frac{-46,03 \text{ nseg.}}{39,9 \text{ nseg.}^2} = -1.153,63 \cdot 10^6 \text{ rad./seg.} = -\omega_1$$

y su ubicación en frecuencia es:

$$F_1 = \frac{\omega_1}{2 \cdot \pi} = \frac{1.153,63 \cdot 10^6}{6,28} = 183,7 \text{ Mhz.} \quad \text{o sea} \quad F_1 \gg 10 \cdot F_2$$

$$z_0 = \frac{gm}{Cc} = \frac{22,8 \text{ mA/V}}{0,695 \text{ pF}} = 32,8 \cdot 10^9 \text{ rad/seg} \quad \text{con lo que} \quad F_0 = \frac{z_0}{6,28} = 5,22 \text{ GHz.}$$

comprobándose también que este cero se ubica a una frecuencia mucho mayor que las de  $F_2$  y  $F_1$  e inclusive que  $F_T$ .

### IX.3.- OBTENCIÓN DE LA CURVA DE RESPUESTA EN ALTA FRECUENCIA POR EL MÉTODO DE BODE:

En este apartado el objetivo que se persigue es la obtención de la curva de respuesta en frecuencia del amplificador en su comportamiento de altas frecuencias, tal como la definiéramos en la Figura IX.1. en lo que respecta al módulo y solo para el rango de  $F_2$ , partiendo del conocimiento de la función transferencia directa de tensiones tal como lo expresan las ecuaciones IX.26'. en sus diferentes variantes según el grado de precisión que se requiera y la región de la misma que sea de nuestro interés (ecuación exacta IX.26". o aproximada IX.26''').

Una de las formas de conseguirlo es operar con los gráficos de las Figuras IX.8. o IX.9., según corresponda, realizados con una buena amplitud y en escala.

Efectivamente, ya que como quedó dicho en el apartado IX.1. las curvas de respuesta en frecuencia se obtienen excitando al amplificador con una señal senoidal de frecuencia variable y amplitud constante, ello equivaldría a barrer el semieje imaginario positivo ( $j\omega$ ) en los gráficos de polos y ceros ya citados. En consecuencia, el problema se reduciría a medir (con regla) la longitud de los radio vectores y (con transportador) los ángulos que forman los mismos con el eje real  $\alpha$ , para un buen número de pulsaciones ( $\omega_i$ ) y para cada una de ellas, reemplazar tales valores en la ecuación transferencia, para luego graficar en forma separada su módulo y su fase.

Si bien este procedimiento nos permite la obtención de las curvas de respuesta de una manera exacta, es decir punto por punto de la misma, para su buena definición evitando errores de trazado, es necesario tomar una buena cantidad de puntos, lo cual representa un procedimiento lo suficientemente trabajoso como para justificarse el empleo de otra metodología, tal que aún siendo menos exacta sea mucho más sencilla de aplicar. El método aludido es conocido como el método de Bode y consiste en determinar gráficamente no las curvas sino las asíntotas a las que dichas curvas tienden.

Para su aplicación se debe partir de la función transferencia previamente analizada, tal como la expresada por la ecuación IX.26'. y sobre ella imponer a la excitación senoidal, reemplazando  $s = j\omega$ , es decir:

$$A_{Va}(j\omega) = \frac{-A_{Vm} \cdot p_1 \cdot p_2}{z_0} \cdot \frac{(j\omega - z_0)}{(j\omega - p_1) \cdot (j\omega - p_2)}$$

En nuestro caso sabemos que el comportamiento de esta expresión se encuentra dominado prácticamente con exclusividad por el polo ubicado más abajo en frecuencia, que el restante polo normalmente queda dispuesto por lo menos una década más arriba que el anterior y que el cero solamente influye en frecuencias superiores a la de transición del transistor. No obstante ello y a título de ejemplo despreciaremos solo al cero  $z_0$  y consideraremos ambos polos, de modo que reemplazando además  $p_1 = -\omega_1$  y  $p_2 = \omega_2$

$$A_{Va}(j\omega) = \frac{A_{Vm} \cdot \omega_1 \cdot \omega_2}{(j\omega + \omega_1) \cdot (j\omega + \omega_2)}$$

A partir de aquí, la metodología general de Bode consiste en expresar a las funciones transferencia como productos y/o cocientes de términos del tipo:

$$\frac{j\omega}{\omega_i} \quad \text{o bien} \quad \left(1 + \frac{j\omega}{\omega_i}\right)$$

por ello, dividiendo numerador y denominador por  $\omega_1 \cdot \omega_2$  y separado en módulo y fase se tiene:

$$A_{Va}(j\omega) = \frac{A_{Vm} \cdot e^{-(\phi_1 + \phi_2)}}{\left(1^2 + \frac{\omega^2}{\omega_1^2}\right)^{1/2} \cdot \left(1^2 + \frac{\omega^2}{\omega_2^2}\right)^{1/2}} \quad \text{con} \quad \phi_i = \arctan\left(\frac{\omega}{\omega_i}\right)$$

$$|A_{Va}(j\omega)| = \frac{|A_{Vm}|}{\left(1^2 + \frac{\omega^2}{\omega_1^2}\right)^{1/2} \cdot \left(1^2 + \frac{\omega^2}{\omega_2^2}\right)^{1/2}} \quad \text{y} \quad \phi_a = \pi - \arctan\left(\frac{\omega}{\omega_1}\right) - \arctan\left(\frac{\omega}{\omega_2}\right) \quad \text{(IX.27.)}$$

expresando el módulo de la ganancia de tensión en altas frecuencias en decibel:

$$|A_{Va}(j\omega)|_{dB} = |A_{Vm}|_{dB} - 20 \cdot \log\left[\left(1^2 + \frac{\omega^2}{\omega_1^2}\right)^{1/2}\right] - 20 \cdot \log\left[\left(1^2 + \frac{\omega^2}{\omega_2^2}\right)^{1/2}\right] \quad \text{(IX.28.)}$$

Finalmente el método de Bode establece la representación gráfica con escalas tipo semi logarítmicas y en función de la frecuencia de las ecuaciones (IX.27.) y (IX.28.), de manera aproximada pero sumamente sencilla, por aplicación del razonamiento que se detalla seguidamente. Tomemos en primer lugar el módulo de la ganancia, tal como lo expresa la ecuación (IX.28) y a los fines prácticos utilicemos los valores numéricos del ejemplo resuelto precedentemente:

- se observa claramente que existe un término constante, que no depende de la frecuencia, este es

$$/A_{Vm}/_{dB} = 20 \cdot \log (55,5) = 20 \cdot 1,74429 = 34,9 \text{ dB}$$

por lo que su representación gráfica, tal como se muestra en la Figura IX.10 determina una recta horizontal trazada por el valor 34,9 dB (línea de trazos).

- existen dos términos similares en cuanto a su dependencia con la frecuencia, la única diferencia es que mientras uno depende de  $\omega_1 = 1.153,6 \text{ Mrad/seg.}$  el restante lo hace en función de  $\omega_2 = 21,7 \text{ Mrad/seg.}$  Por lo que analizaremos uno solo, cualquiera de ellos ya que el restante tendrá la misma forma o ley de variación con la frecuencia. Tomemos por ejemplo:

$$- 20 \cdot \log \left[ \left( 1^2 + \frac{\omega^2}{\omega_2^2} \right)^{1/2} \right]$$

para  $\omega \ll \omega_2 :$

$$- 20 \cdot \log \left[ \left( 1^2 + \frac{\omega^2}{\omega_2^2} \right)^{1/2} \right] = - 20 \cdot \log 1 = 0 \text{ dB}$$

que constituye una de las asíntotas de este término.

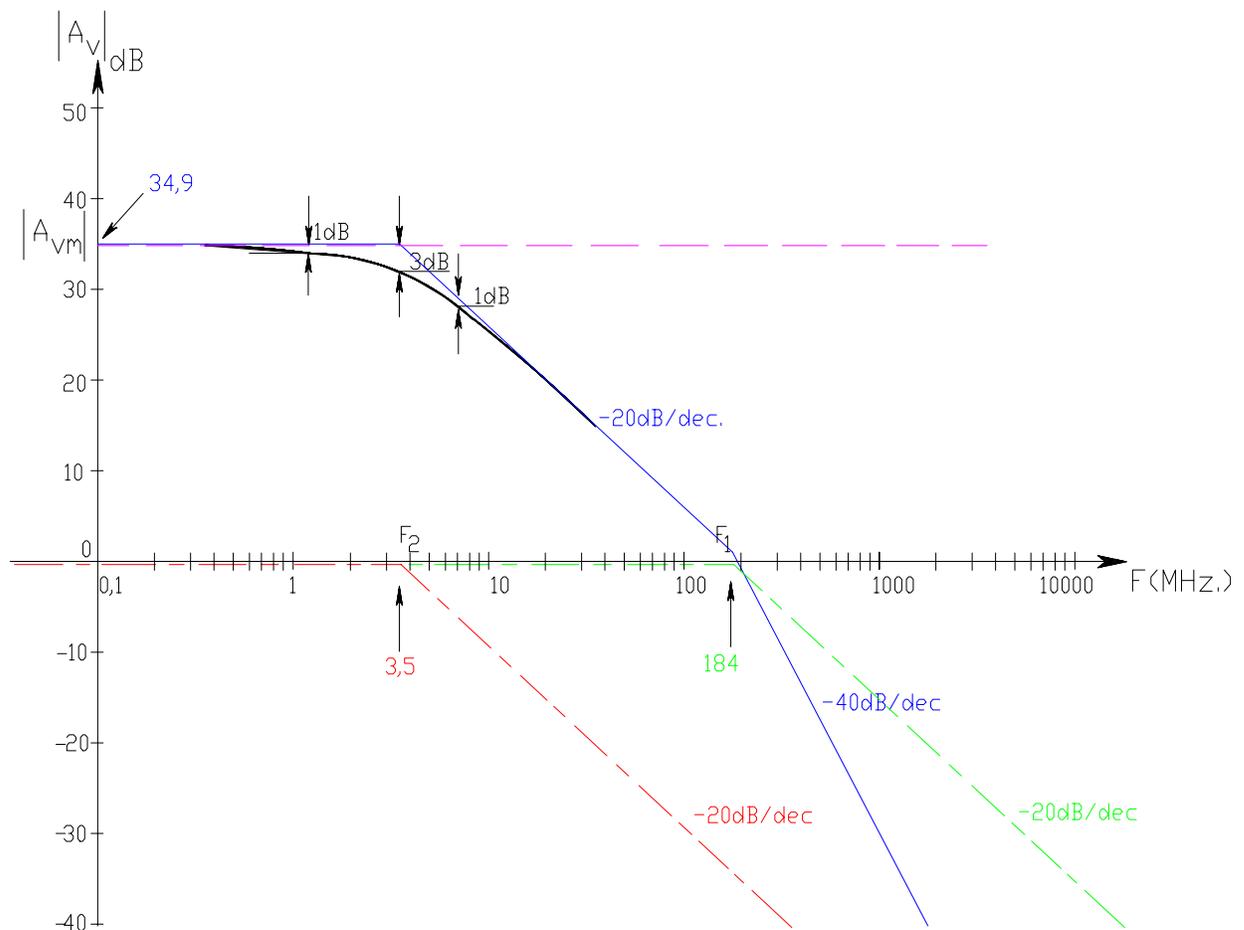


Figura IX.10.

En cambio para  $\omega \gg \omega_2 :$

$$- 20 \cdot \log \left[ \left( 1^2 + \frac{\omega^2}{\omega_2^2} \right)^{1/2} \right] = - 20 \cdot \log \frac{\omega}{\omega_2}$$

veamos que forma de variación tiene esta expresión :

si  $\omega = \omega_2 :$

$\omega$

$$- 20 \cdot \log \frac{\omega}{\omega_2} = - 20 \cdot \log 1 = 0 \text{ dB}$$

si  $\omega = 10 \cdot \omega_2$  :

$$- 20 \cdot \log \frac{\omega}{\omega_2} = - 20 \cdot \log 10 = - 20 \text{ dB}$$

si  $\omega = 100 \cdot \omega_2$  :

$$- 20 \cdot \log \frac{\omega}{\omega_2} = - 20 \cdot \log 100 = - 40 \text{ dB}$$

si  $\omega = 2 \cdot \omega_2$  :

$$- 20 \cdot \log \frac{\omega}{\omega_2} = - 20 \cdot \log 2 = - 6 \text{ dB}$$

Lo que nos está indicando que el término bajo análisis posee otra asíntota cuya característica es la de variar -20 dB cada vez que multiplica por 10 la frecuencia (-20 dB por década) o bien variar -6 dB cada vez que se duplica la frecuencia (-6 dB por octava). Además si para esta condición evaluamos que si  $\omega = \omega_2$  esta asíntota adquiere el mismo valor que la anterior, es decir 0 dB lo que nos está indicando que ambas asíntotas se cruzan en las coordenadas (0 dB,  $\omega_2$ ).

Así, a la izquierda de  $\omega_2$  predomina la asíntota constituida por una recta horizontal trazada por el valor 0 dB, mientras que a la derecha de  $\omega_2$  el término se encuentra representado por una asíntota que partiendo del punto (0 dB,  $\omega_2$ ) se encuentra representado por una recta de pendiente -20 dB/dec. o lo que es lo mismo -6 dB/octava, tal como se representa en la Figura IX.10 (trazado del tipo - . - . -)

Asimismo por lo dicho precedentemente, alrededor de  $\omega_1$  se observa una construcción gráfica similar.

La representación completa de la expresión (IX.28.) se logra realizando la suma gráfica de los tres términos recién representados, dando como resultado el trazado con línea continua.

Pasaremos ahora a estudiar los errores que estamos cometiendo al considerar las asíntotas en lugar de las curvas, sobre todo en lo que respecta al módulo de la ganancia, es decir que nos vamos a referir a la curva tal que en la figura IX.9. tiende a las asíntotas ya trazadas. Para tal fin reconsideramos al término:

$$- 20 \cdot \log \left[ \left( 1^2 + \frac{\omega^2}{\omega_2^2} \right)^{1/2} \right]$$

solo que ahora determinaremos su valor exacto para algunas frecuencias alrededor de  $F_2$ . Entonces para  $\omega = 0,1 \cdot \omega_2$ , es decir una década antes de la frecuencia de quebradura de asíntotas:

$$- 20 \cdot \log \left[ \left( 1^2 + \frac{\omega^2}{\omega_2^2} \right)^{1/2} \right] = - 20 \cdot \log \left[ \left( 1^2 + 0,01 \right)^{1/2} \right] = - 0,04 \text{ dB por lo que la curva coincide con la asíntota.}$$

En cambio una octava por debajo de dicha frecuencia de quebradura, es decir en  $\omega = 0,5 \cdot \omega_2$

$$- 20 \cdot \log \left[ \left( 1^2 + \frac{\omega^2}{\omega_2^2} \right)^{1/2} \right] = - 20 \cdot \log \left[ \left( 1^2 + 0,25 \right)^{1/2} \right] = - 0,97 \text{ dB por lo que la curva pasa aproximadamente 1 dB por debajo de la asíntota.}$$

Ahora, a una frecuencia coincidente con dicha frecuencia de quebradura, es decir en  $\omega = \omega_2$

$$- 20 \cdot \log \left[ \left( 1^2 + \frac{\omega^2}{\omega_2^2} \right)^{1/2} \right] = - 20 \cdot \log \left[ \left( 1^2 + 1 \right)^{1/2} \right] = - 3,01 \text{ dB por lo que la curva pasa aproximadamente}$$

$$\omega_2^2$$

3 dB por debajo de la asíntota.

Luego, por encima de la frecuencia de quebradora, para  $\omega = 2 \cdot \omega_2$

$$-20 \cdot \log \left[ \left( 1^2 + \frac{\omega^2}{\omega_2^2} \right)^{1/2} \right] = -20 \cdot \log \left[ (1^2 + 4)^{1/2} \right] = -6,99 \text{ dB}$$

como la asíntota a esa frecuencia pasa por -6 dB la curva esta nuevamente 1 dB por debajo de la asíntota aproximadamente.

y si  $\omega = 10 \cdot \omega_2$

$$-20 \cdot \log \left[ \left( 1^2 + \frac{\omega^2}{\omega_2^2} \right)^{1/2} \right] = -20 \cdot \log \left[ (1^2 + 100)^{1/2} \right] = -20,04 \text{ dB}$$

por lo que la curva coincide con la asíntota aproximadamente.

Por su parte, la representación asintótica de la parte variable con la frecuencia en la expresión (IX.27.) (despreciando por ahora el término constante  $\pi$ ) se lleva a cabo en la gráfica de la Figura IX.11. considerando en forma separada primero el término que depende de  $\omega_2$  y el que depende de  $\omega_1$  en segundo lugar. Luego nuevamente por suma gráfica se obtiene la resultante total.

En donde por ejemplo, para el término:

$$\phi_2 = \arctag \left( \frac{\omega}{\omega_2} \right)$$

consideramos para  $\omega \ll \omega_2$ :

1) si  $\omega = 0,01 \cdot \omega_2$  así  $\arctag(0,01) = 0^\circ$

2) si  $\omega = 0,1 \cdot \omega_2$ ,  $\arctag(0,1) = 5,7^\circ$  que seguimos aproximando a  $0^\circ$

para  $\omega = \omega_2$   $\arctag(1) = 45^\circ$

y para  $\omega \gg \omega_2$ :

3) si  $\omega = 10 \cdot \omega_2$ ,  $\arctag(10) = 84,3^\circ$  que con igual criterio tomamos  $= 90^\circ$

2) si  $\omega = 100 \cdot \omega_2$ ,  $\arctag(100) = 90^\circ$  y por más que aumente  $\omega$  permanece en  $90^\circ$

La representación gráfica de este término en la Figura IX.11. se ha llevado a cabo con línea de trazos y como el término que depende de  $\omega_1$  es idéntico, solo que centrado en esta  $\omega_1$ , el formato es el mismo y también se ha agregado en la figura IX.11. con un trazado diferente (línea tipo -.-.-). La resultante obtenida como suma gráfico de las dos anteriores constituye la ley de variación de la fase correspondiente a los dos polos de alta frecuencia del amplificador (línea continua). Si se deseara obtener la curva de la fase  $\phi_a$  solo bastará efectuar un cambio de escala sobre el eje vertical, adicionándole la fase  $\pi$  correspondiente a frecuencias medias.

Como conclusión de esta última curva deducimos que la característica de fase que introduce un polo de alta frecuencia comienza a detectarse ya una década antes de la frecuencia en que dicho polo se ubica. Partiendo desde

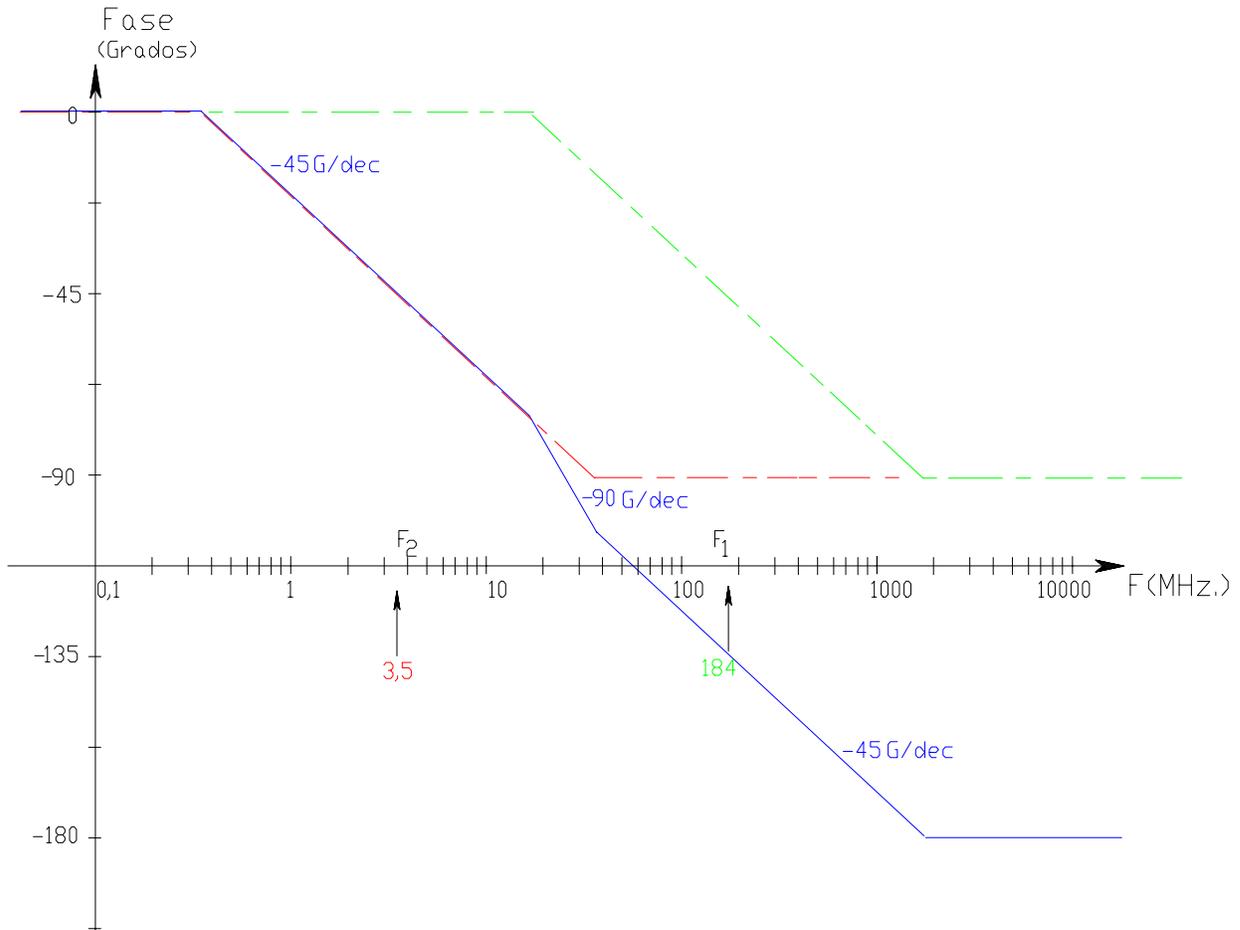


Figura IX.11.

frecuencias medias, hasta dicha frecuencia, el polo de alta frecuencia no introduce variación, pero entre una década antes y una década después de la frecuencia de dicho polo, se registra una componente de  $-45^\circ/\text{década}$ , de modo que podemos decir que una década por debajo su contribución es nula, a su frecuencia contribuye con  $-45^\circ$  y una década más arriba de la frecuencia del polo su contribución final es de  $-90^\circ$ .

Así, en un caso como el analizado, en el que se observa la presencia de dos polos de alta frecuencia, una década por encima de la frecuencia del polo de mayor frecuencia, la contribución de fase de ambos es de  $-180^\circ$ , pudiendo apantallar en este rango de frecuencias la característica inversora o no inversora que la etapa amplificadora presenta a frecuencias medias.

#### IX.4.- DETERMINACIÓN DE LA FRECUENCIA DE CORTE SUPERIOR POR EL MÉTODO DE LAS CONSTANTES DE TIEMPO:

Veremos a continuación una metodología muy interesante que nos permite determinar el ancho de banda de un circuito amplificador o su frecuencia de corte superior cuando la etapa amplificadora posee una transferencia directa que en el rango de altas frecuencias se encuentra dominada por un polo. Este método se puede aplicar solo a partir del conocimiento o determinación del circuito equivalente de alta frecuencias del amplificador bajo estudio. Supongamos que se trate del circuito equivalente que corresponde al amplificador diferencial o a la etapa emisor común, tal como se transcribió en la figura IX.4.

Paralelamente debemos plantear la ecuación transferencia cuando la misma contiene un polo dominante:

$$A_{va}(s) = \frac{K}{(s - p_2)} \quad (\text{IX.29.})$$

en consecuencia el problema se reduce a la determinación de la constante K y el polo dominante  $p_2$ .

Por una parte la constante K la determinamos por el procedimiento del limite para s tendiendo a cero, ya sea sobre el circuito equivalente de la figura IX.4. como de la ecuación (IX.29.) recién planteada: Así, si en el circuito de la figura IX.4 hacemos tender s a cero el mismo se transforma en un circuito resistivo puro, para el cual ya se obtuvo su ganancia de tensión en reiteradas oportunidades y que ahora reiteramos:

$$A_{Va}(s=0) = A_{Vm}$$

mientras que para su segundo miembro:

$$\lim_{s \rightarrow 0} \left[ \frac{K}{(s - p_2)} \right] = \frac{K}{-p_2}$$

por lo que igualando los dos segundos miembros resulta:  $K = -A_{Vm} \cdot p_2$

de modo que la ecuación (IX.26.) es también:

$$A_{Va}(s) = \frac{-A_{Vm} \cdot p_2}{(s - p_2)} \quad (IX.29')$$

Luego, para la determinación de la frecuencia del polo  $p_2$  se procede a determinar las constantes de tiempo de descarga de los capacitores del circuito equivalente de la figura IX.4., suponiendo que cada uno de ellos actúa en forma independiente, esto es que cuando se determina la constante de tiempo de uno de ellos los restantes se comportan tal como lo hacían en el rango de frecuencias medias, es decir a circuito abierto. Para tal fin es recomendable redibujar los circuitos equivalentes de descarga de cada uno de los condensadores y posteriormente y a partir de ellos plantear las ecuaciones de las mismas. Hecho esto, se procede a sumar dichas constantes de tiempo y determinando su inversa se llega a la determinación de la pulsación de corte superior de la etapa:

$$\omega_2 = -p_2 = \frac{1}{(\tau_1 + \tau_2 + \tau_3)}$$

- Para  $\tau_1$  el circuito equivalente se indica en la figura XI.12.a. y a partir de allí obtenemos:

$$\tau_1 = C_e \cdot [r_{be} // (r_b + R_s)] = C_e \cdot (r_{be} // R_1) = C_e \cdot R_T \quad (\text{idéntico resultado a lo obtenido en la demostración matemática})$$

- Para  $\tau_3$  el circuito equivalente se indica en la figura XI.12.b. en razón de que nos hallamos en el proceso de determinar la constante de tiempo de descarga de  $C_{cs}$  este se encuentra previamente cargado y el circuito de excitación desactivado por lo que la tensión V en la entrada resulta nula y el generador de corriente de la salida se comporta como un circuito abierto. En consecuencia:

$$\tau_3 = C_{cs} \cdot (r_c + R_d) = C_{cs} \cdot R_d' \quad (\text{idéntico resultado a lo obtenido en la demostración matemática})$$

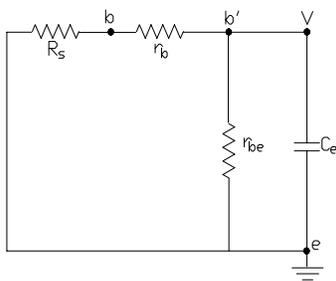


Figura IX.12.a.

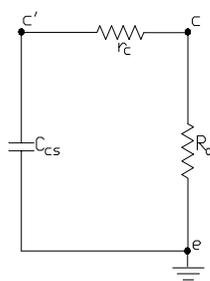


Figura IX.12.b.

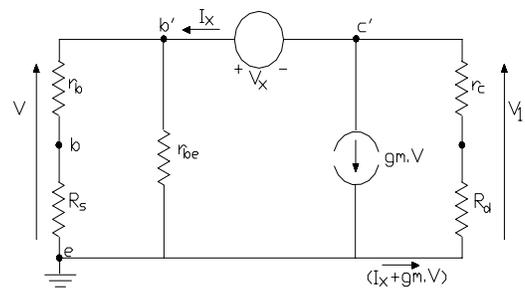


Figura IX.12.c.

- Para el estudio de la constante de tiempo de descarga de  $C_c$ , es decir  $\tau_2$ , estudiaremos la resistencia a través de la cual el mismo se descarga considerando el circuito equivalente de la figura X.12.c. En dicho circuito equivalente se ha considerado que a consecuencia de su carga entre bornes del condensador  $C_c$  aparece una diferencia de potencial  $V_x$  como resultado de la cual, tanto  $V$  como  $V_1$  resultan no nulas. Así, determinando la corriente  $I_x$  que toma el resto del circuito, el cociente ( $V_x/I_x$ ) nos proporciona el valor de la resistencia equivalente por donde  $C_c$  se descarga.

En dicho circuito:

$$V = I_x \cdot [r_{be} // (r_b + R_s)]$$

$$I_x + g_m \cdot V = I_x \cdot \{1 + g_m \cdot [r_{be} // (r_b + R_s)]\}$$

$$V_1 = -(I_x + g_m \cdot V) \cdot R_d = -I_x \cdot \{1 + g_m \cdot [r_{be} // (r_b + R_s)]\} \cdot R_d$$

$$V_x = V - V_1 = I_x \cdot [r_{be} // (r_b + R_s)] + I_x \cdot \{1 + g_m \cdot [r_{be} // (r_b + R_s)]\} \cdot R_d$$

$$R_x = \frac{V_x}{I_x} = R_T + R_d' + g_m \cdot R_T \cdot R_d' = R_T \left( 1 + \frac{R_d'}{R_T} + g_m \cdot R_d' \right)$$

y en consecuencia:

$$\tau_2 = C_c \cdot R_x \quad (\text{nuevamente resultado idéntico al obtenido en la parte matemática})$$

- Finalmente la frecuencia de corte superior de la etapa es:

$$F_2 = \frac{-p_2}{2 \cdot \pi} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot (\tau_1 + \tau_2 + \tau_3)}$$

#### IX.5.- COMPORTAMIENTO EN ALTA FRECUENCIA DE UN AMPLIFICADOR BASE COMÚN:

Previo a analizar la etapa amplificadora reiteramos el convencimiento de que, tal como en otras oportunidades lo hemos dicho, el modelo incluido en la Figura IX.4 entre los terminales de b, e y c representa al transistor bipolar en alta frecuencia, independientemente de la configuración amplificadora en que se lo utilice, y ello a pesar de que los parámetros de los componentes que lo integran se deban medir con el transistor en emisor común. Así es que el mismo circuito equivalente convenientemente redibujado, tal como se indica en la figura IX.13., podrá representar al mismo transistor bipolar que ahora utilizaremos en la configuración base común:

Para una más fácil utilización, por una parte haremos uso de algunas relaciones de equivalencia y finalmente ciertas aproximaciones que normalmente no producen errores superiores a los derivados de la dispersión. En tal sentido y como se indica en el circuito equivalente de la figura IX.14. procedemos a desdoblar el generador controlado ( $g_m \cdot V$ ) en dos generadores de igual magnitud y dispuestos de modo tal que las ecuaciones de primera ley de Kirchoff en los nodos de **c'**, **b'** y **e** no se modifique con respecto a aquellas que corresponden al circuito de la figura IX.13.

En el circuito de la figura IX.14. el generador ( $g_m \cdot V$ ) controlado por la tensión  $V$  y situado entre los terminales de **e** y **b'**, tiene aplicado en sus extremos la misma tensión  $V$  de control, por lo que haciendo uso de la teoría de circuitos procedemos a sustituir dicho generador controlado por una conductancia de valor  $g_m$ , tal que sometida entre sus extremos a la tensión  $V$ , origina una corriente a su través de igual valor ( $g_m \cdot V$ ) al que imponía el generador controlado. En consecuencia, entre dichos terminales de **e** y **b'** el circuito se halla constituido por tres ramas en paralelo, además de la integrada por el condensador  $C_e$ , se tiene el paralelo de  $h_{ib} = (1/g_m)$  y  $r_{be}$  que, dado sus valores de resistencia, siempre quedará dominado por la rama de  $h_{ib}$ . Lo cual nos lleva al circuito equivalente de la figura IX.15.

A partir de dicho circuito equivalente pasamos luego a otro menos exacto como resultado de suponer  $r_b = 0$  y en el que aprovechamos para invertir los sentidos de referencia de la tensión  $V$  y del generador controlado

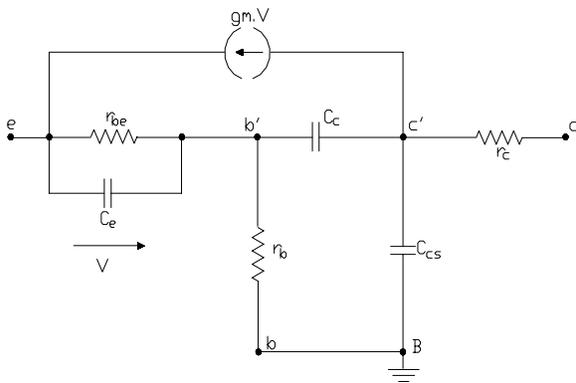


Figura IX.13.

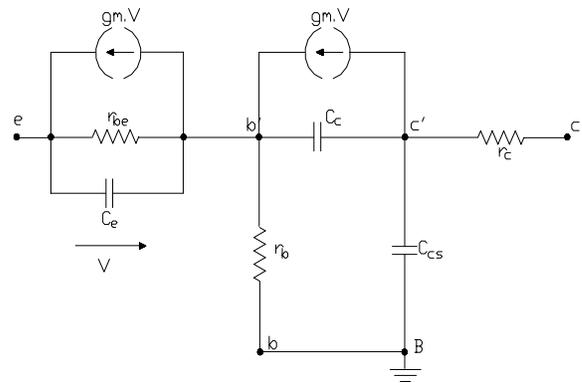


Figura IX.14.

( $gm \cdot V$ ) de la salida, obteniéndose el circuito equivalente del transistor bipolar en alta frecuencia apto para ser utilizado en la configuración base común, tal como se indica en la figura IX.16. y en el que  $C = C_c + C_{cs}$ .

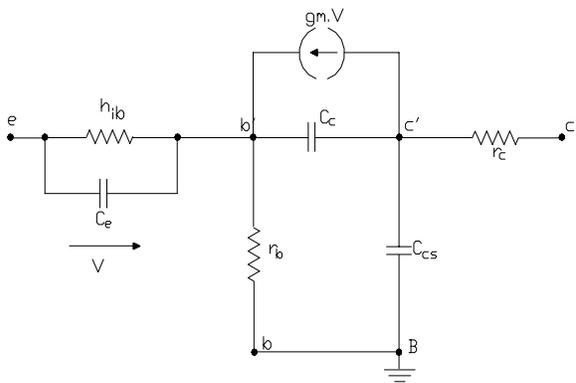


Figura IX.15.

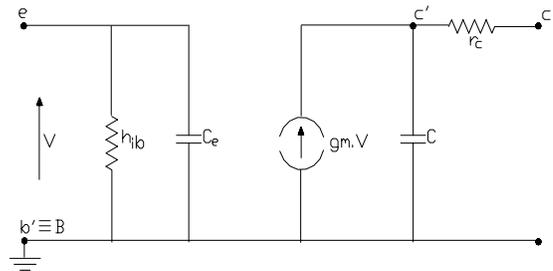


Figura IX.16.

Hecho esto consideraremos ahora el comportamiento en frecuencias altas del circuito amplificador base común que se representa en la figura IX.17.

$$\begin{aligned}
 R_2 &= 47 \text{ k}\Omega & R_1 &= 100 \text{ k}\Omega & T &: \text{CA3046} \\
 R_L &= 5 \text{ k}\Omega & V_{CC} &= 12 \text{ V} & R_E &= 3,3 \text{ k}\Omega \\
 R_s &= 300 \Omega & R_C &= 4,7 \text{ k}\Omega & &
 \end{aligned}$$

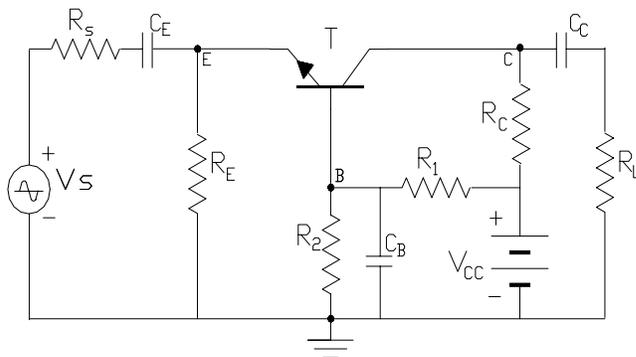


Figura IX.17.

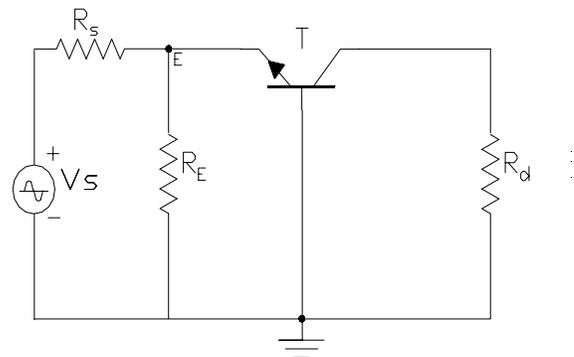


Figura IX.18.

Para realizar el análisis a frecuencias medias y frecuencias altas y luego de asegurarnos una polarización adecuada del transistor bipolar como amplificador, consideramos que las reactancias capacitivas correspondientes a

los capacitores de acoplamiento y de "by pass"  $C_E$ ,  $C_B$  y  $C_C$  se comportan como cortos circuitos de modo que el circuito equivalente dinámico a estudiar se indica en la figura IX.18. en donde hemos considerado que  $R_d = (R_C // R_L)$ ).

En el rango de frecuencias medias incorporamos el modelo equivalente resistivo puro para el transistor bipolar obteniéndose un circuito similar al de la figura II.22. estudiado en el transcurso del Capítulo II. de este trabajo, y que se reproduce ahora en la figura IX.19. Para dicho circuito la transferencia directa de tensiones válida a frecuencias medias es:

$$A_{V_{m}} = \frac{V_o}{V} \quad (\text{II.48}') ; \quad A_{V_{m}} = \frac{-h_{fe} \cdot R_d}{-h_{ie}} \cdot R_d = g_m \cdot R_d \quad (\text{II.49}') ; \quad A_{V_{ms}} = A_{V_m} \cdot \frac{R_{i_A}}{R_{i_s}} = g_m \cdot R_d \cdot \frac{R_{i_A}}{R_{i_s}}$$

en donde:  $R_i = h_{ib}$  ;  $R_{i_A} = R_i // R_E = h_{ib} // R_E$  (II.47') ;  $R_{i_s} = R_s + R_{i_A}$

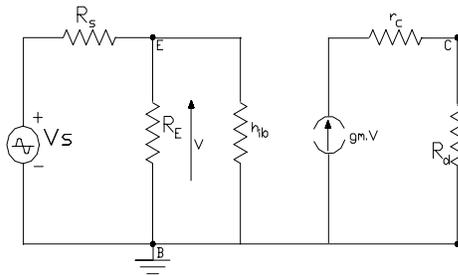


Figura IX.19.

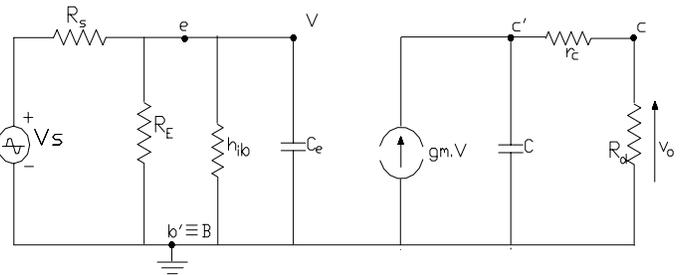


Figura IX.20.

La transferencia de tensión a frecuencias altas se determina a partir del circuito equivalente de la figura IX.20. En el, transformando el generador de tensión ( $V_s - R_s$ ) por aplicación del Teorema de Norton y llamando  $R = (R_s // R_E // h_{ib})$  se pasa a considerar el circuito equivalente de la figura IX.21.:

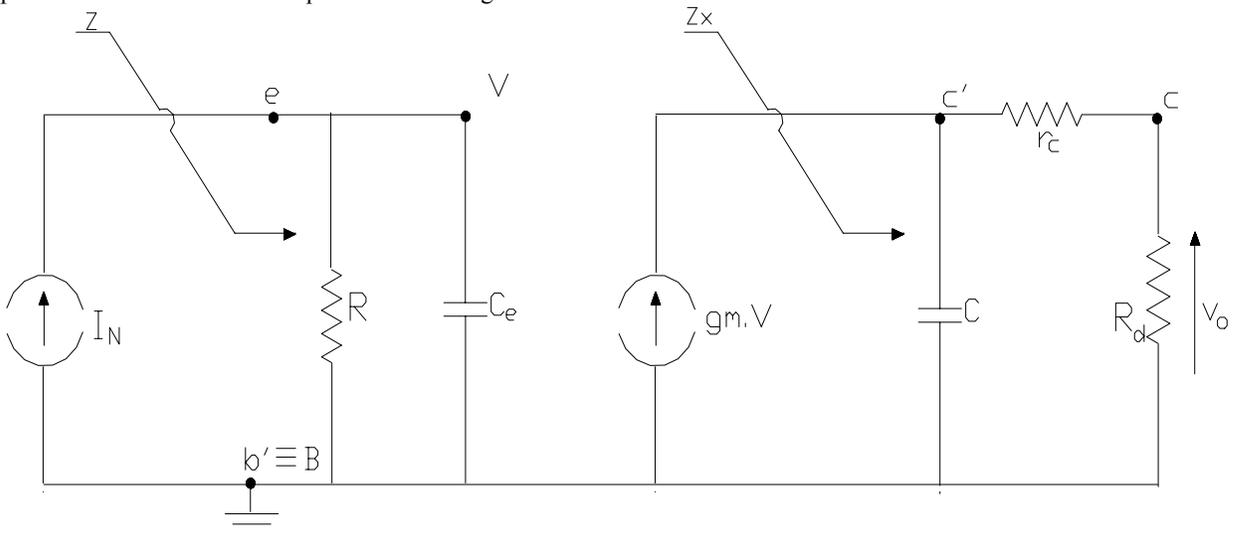


Figura IX.21.

A partir de este último circuito y con la definición de las impedancias  $Z$  y  $Z_x$  como equivalente paralelo de una rama resistiva y otra capacitiva:

$$Z = \frac{R}{1 + s \cdot C_e \cdot R} \quad Z_x = \frac{R_d'}{1 + s \cdot C \cdot R_d'} \quad \text{con} \quad R_d' = r_c + R_d$$

y en consecuencia planteamos la ecuación transferencial:

$$A_{Va}(s) = \frac{V_o}{V_s} = \frac{V_o}{I_N \cdot R_s} = \frac{V_o}{V} \cdot \frac{V}{I_N \cdot R_s} \quad (IX.30.)$$

así, en la parte de salida:

$$\frac{V_o}{V} = g_m \cdot Z_X \cdot \frac{R_d}{R_d'} = g_m \cdot \frac{R_d'}{1 + s \cdot C \cdot R_d'} \cdot \frac{R_d}{R_d'}$$

mientras que en la parte de entrada:

$$\frac{V}{I_N} = Z = \frac{R}{1 + s \cdot C_e \cdot R}$$

luego reemplazando en (IX.30.):

$$A_{Va}(s) = g_m \cdot R_d \cdot \frac{R}{R_s} \cdot \frac{1}{(1 + s \cdot C \cdot R_d') \cdot (1 + s \cdot C_e \cdot R)}$$

en esta última, de acuerdo con la definición de  $R = (R_{iA}/R_s)$  y nuevamente interpretando a las constantes de tiempo, es decir nombrando a los productos  $C_e \cdot R = \tau_e$  y  $C \cdot R_d' = \tau_s$ , dicha función transferencia contiene dos polos de alta frecuencia, uno correspondiente al circuito de entrada y otro al de salida, es decir:

$$p_e = -\frac{1}{\tau_e} = -\frac{1}{C_e \cdot R} \quad \text{y} \quad p_s = -\frac{1}{\tau_s} = -\frac{1}{C \cdot R_d'}$$

la misma puede ser expresada por:

$$A_{Va}(s) = g_m \cdot R_d \cdot \frac{R_{iA}}{R_{i_s}} \cdot \frac{(-p_e) \cdot (-p_s)}{(s - p_e) \cdot (s - p_s)} \quad (IX.31.)$$

Así como se planteó oportunamente con las funciones transferencias de las ecuaciones (IX.26.) y (IX.29.) para el caso en que las mismas contenían un cero y dos polos y un polo, respectivamente, ahora ya que nuestra función transferencia dispone de dos polos de alta frecuencia, es posible plantear que la misma se encuentra representada por la ecuación:

$$A_{Va}(s) = \frac{K_1}{(s - p_e) \cdot (s - p_s)} \quad (IX.32.)$$

en consecuencia la constante  $K_1$  resulta ser:

$$A_{Va}(s=0) = A_{Vm}$$

mientras que para su segundo miembro:

$$\lim_{s \rightarrow 0} \left[ \frac{K_1}{(s - p_e) \cdot (s - p_s)} \right] = \frac{K_1}{(-p_e) \cdot (-p_s)}$$

por lo que igualando los dos segundos miembros resulta:  $K_1 = A_{Vm} \cdot p_e \cdot p_s$

de modo que la ecuación (IX.32.) es también:

$$A_{Va}(s) = \frac{A_{Vm} \cdot p_e \cdot p_s}{(s - p_e) \cdot (s - p_s)} \quad (IX.32'.)$$

En consecuencia, comparando los resultados obtenidos en las ecuaciones (IX.31.) y (IX.32'.) surge que:

$$A_{Vm} = g_m \cdot R_d \cdot \frac{R_{iA}}{R_{i_s}}$$

resultado éste que es totalmente coherente con lo obtenido en los análisis del Capítulo II según las expresiones (II.47'), (II.48') y (II.49') que se han transcripto recientemente, con motivo del estudio del circuito equivalente de frecuencias medias incluido en la figura IX.19.

IX.5.1.- Ejemplo de verificación de la respuesta en alta frecuencia de una etapa base común:

En el circuito de la figura IX.17. se incluyeron los valores numéricos de los componentes del circuito amplificador base común cuyas características de polarización y de comportamiento en frecuencias medias fueron oportunamente estudiadas en el Capítulo II y que resumimos a continuación:

$$V_{BT} = 12 \cdot \frac{47}{100 + 47} = 3,84 \text{ V} \qquad R_{BT} = \frac{47 \cdot 100 \cdot 10^3}{100 + 47} = 31,97 \text{ KOhm}$$

$$I_{CQ} = \frac{3,84 - 0,7}{(3,3 + 0) \cdot 10^3} = 0,95 \text{ mA} \quad \text{recalculando con } h_{FE} = 100 \quad I_{CQ} = \frac{3,14}{(3,3 + 0,32) \cdot 10^3} = 0,87 \text{ mA}$$

$$V_{CEQ} = 12 \text{ V} - 0,87 \cdot 10^3 \cdot (4,7 + 3,3) \cdot 10^3 = 5 \text{ V} \quad ; \quad V_{CT} = 12 \text{ V} - 0,87 \cdot 4,7 = 7,9 \text{ V}$$

$$V_{CB} = 7,9 - 3,84 = 4,06 \text{ V} \quad ; \quad V_{CS} = V_{CT} = 7,9 \text{ V}$$

La especificación del fabricante para este conjunto de transistores integrados es coincidente con la que correspondió al CA3086 ya analizado y asegura:

Collector-to-Base Capacitance  $C_{CBo}$  para  $V_{CB} = 3 \text{ V} - I_C = 0$  :  $C_c = 0,58 \text{ pF}$

Collector-to-Substrate Capacitance  $C_{Cto}$  para  $V_{CI} = 3 \text{ V} - I_C = 0$  :  $C_{cs} = 2,8 \text{ pF}$

Además, para  $I_C = 1 \text{ mA} - V_{CE} = 3 \text{ V} - f = 1 \text{ Khz.} - T_A = 25 \text{ }^\circ\text{C}$  :

$$h_{fe} = 110 \quad - \quad h_{ie} = 3,5 \cdot 10^3 = 3,5 \text{ KOhm} \quad - \quad h_{oe} = 15,6 \cdot 10^{-6} \text{ (A/V)}$$

y para  $I_{CQ} = 0,87 \text{ mA}$  se obtiene:

$$h_{fe} = 1 \cdot 110 = 110 \quad - \quad h_{ie} = 1,1 \cdot 3,5 \cdot 10^3 = 3,85 \text{ KOhm} \quad - \quad h_{oe} = 0,9 \cdot 15,6 \cdot 10^{-6} = 14 \cdot 10^{-6} \text{ y } r_o = 71 \text{ KOhm.}$$

$$h_{ib} = \frac{h_{ie}}{(1 + h_{fe})} = \frac{3,85 \cdot 10^3}{111} = 34,7 \text{ Ohm} = R_i \qquad h_{fb} = \frac{h_{fe}}{(1 + h_{fe})} = \frac{110}{111} = 0,901$$

$R_{iA} = R_i // R_E = h_{ib} // R_E$  y por los valores que adoptan ambas variables, normalmente  $R_{iA} = h_{ib} = 34,7 \text{ Ohm}$

$$R_{is} = R_s + R_{iA} = 300 + 34,7 = 334,7 \text{ Ohm}$$

$$R_d = R_C // R_L = \frac{4,7 \cdot 5 \cdot 10^3}{4,7 + 5} = 2,42 \text{ KOhm}$$

$$A_{vm} = \frac{-h_{fe}}{-h_{ie}} \cdot R_d = g_m \cdot R_d \qquad A_{vm} = \frac{110}{3,85 \cdot 10^3} \cdot 2,42 \cdot 10^3 = 69,14$$

$$A_{vms} = A_{vm} \cdot \frac{R_{iA}}{R_{is}} = 69,14 \cdot \frac{34,7}{334,7} = 7,17 = 17,11 \text{ dB}$$

$$R = \frac{R_{iA} \cdot R_s}{R_{iA} + R_s} = \frac{34,7 \cdot 300}{334,7} = 31 \text{ Ohm y estimando } r_c = 150 \text{ Ohm } R_d' = r_c + R_d = (0,15 + 2,42) \cdot 10 = 2,57 \text{ KOhm}$$

Dado que las especificaciones de las capacidades  $C_{CB}$  y  $C_{CI}$  para este transistor son las mismas que para el CA3086 ya analizados empleamos los valores de referencia calculados para aquel, es decir:

$$C_{Co} = 1,01 \text{ pF} \quad \text{y} \quad C_{CSo} = 4,88 \text{ pF}$$

por lo que para  $V_{CB} = 4,06 \text{ V}$ :

$$C_c = 1,01 \text{ pF} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{4,06}{0,7}\right)^{1/3}} = 0,533 \text{ pF}$$

mientras que para  $V_{CS} = 7,9 \text{ V}$

$$C_{cs} = 4,88 \text{ pF} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{7,9}{0,7}\right)^{1/3}} = 2,115 \text{ pF}$$

Por otra parte de la curva de  $F_T = f(I_C)$  que provee el fabricante, extraemos que para  $I_{CQ1-2} = 0,87 \text{ mA}$  se obtiene una  $F_T = 410 \text{ Mhz}$ , con lo que aplicando la ecuación (IX.7.) se obtiene

$$: \quad C_e = \frac{g_m}{\omega_T} - C_c = \frac{40 \cdot 0,87 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 3,14 \cdot 410 \cdot 10^6} - 0,533 \text{ pF} = 13 \text{ pF}$$

$$\tau_e = C_e \cdot R = 13 \cdot 10^{-12} \cdot 31 = 0,4 \text{ nseg}$$

$$\tau_s = C \cdot R_d' = (0,533 + 2,115) \cdot 10^{-12} \cdot 2,57 \cdot 10^3 = 6,8 \text{ nseg.}$$

$$p_e = -\frac{1}{\tau_e} = -\frac{1}{C_e \cdot R} = -\frac{10^9}{0,4} = -2500 \text{ Mrad/seg} \quad \text{y} \quad p_s = -\frac{1}{\tau_s} = -\frac{1}{C \cdot R_d'} = -\frac{10^9}{6,8} = -147 \text{ Mrad/seg}$$

cuyas frecuencias corresponden a:

$$F_e = \frac{2500 \cdot 10^6}{6,28} = 398 \text{ Mhz} \quad - \quad F_s = \frac{147 \cdot 10^6}{6,28} = 23,4 \text{ MHz}$$

Se observa nuevamente aquí la existencia de un polo dominante en 23,4 Mhz por lo que la frecuencia de corte de la etapa será impuesta por dicho polo. Si la comparamos con

$$F_\beta = \frac{F_T}{h_{fe}} = \frac{410 \text{ MHz}}{110} = 3,7 \text{ MHz}$$

se comprueba que el base común es capaz de proporcionar un ancho de banda superior a  $F_\beta$  a diferencia de lo que ocurre siempre con la etapa emisor común y que pudo verificarse con anterioridad.

#### IX.6.- RESPUESTA EN ALTA FRECUENCIA DE LA ETAPA COLECTOR COMÚN:

En este caso el circuito equivalente dinámico que pasaremos a estudiar se indica en la figura IX.22. mientras que si recordamos las definiciones de  $h_{ie}$  y de  $h_{fe}^*$  hechas con anterioridad se puede comprobar que si llamamos  $Z_{be}$  al paralelo de  $r_{be}$  con  $C_e$ , es decir:

$$Z_{be} = \frac{r_{be}}{1 + s \cdot r_{be} \cdot C_e}$$

resultara que  $h_{fe}^* = g_m \cdot Z_{be}$

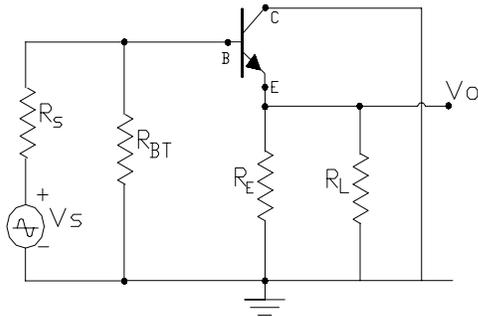


Figura IX.22.

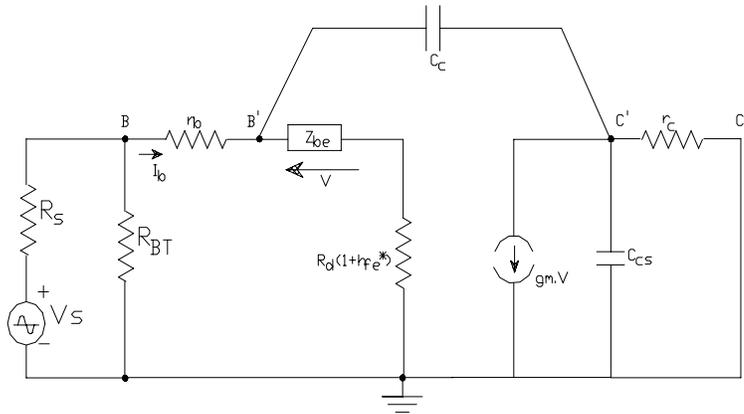


Figura IX.23.

En consecuencia, con estas interpretaciones para el circuito precedente se puede confeccionar un circuito equivalente para alta frecuencia ajustado al de la figura IX.23. En este último circuito consideraremos en primer lugar la impedancia total  $Z$  de la parte circuital comprendida entre el nodo B' y tierra, es decir la asociación serie de  $Z_{be}$  y  $R_d \cdot (1 + h_{fe}^*)$ :

$$Z = Z_{be} + R_d + R_d \cdot h_{fe}^* = Z_{be} + R_d + gm \cdot Z_{be} \cdot R_d \quad \text{es decir:}$$

$$Z = Z_{be} \cdot (1 + gm \cdot R_d) + R_d \quad \text{y con} \quad K = (1 + gm \cdot R_d)$$

$$Z = K \cdot Z_{be} + R_d$$

con lo que reemplazando a  $Z_{be}$ :

$$Z = \frac{K \cdot r_{be}}{1 + s \cdot r_{be} \cdot C_e} + R_d = \frac{K \cdot r_{be}}{1 + s \cdot K \cdot r_{be} \cdot (C_e/K)} + R_d$$

con lo que a esta impedancia  $Z$  se la puede considerar como una asociación serie de  $R_d$  con el paralelo de un resistor  $R = K \cdot r_{be}$  y un capacitor  $C = (C_e/K)$  por lo que se puede pasar a considerar un nuevo circuito equivalente tal como se lo indica en la figura IX.24.

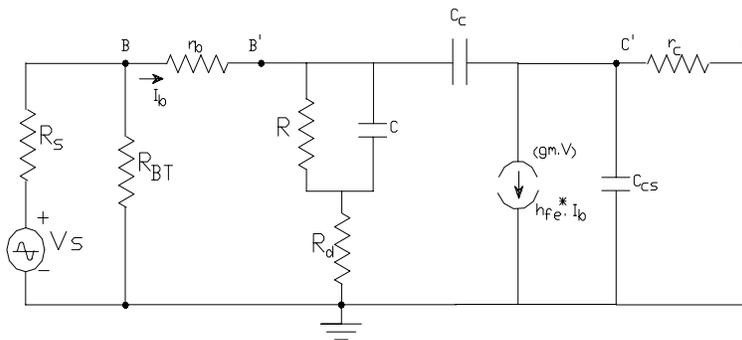


Figura IX.24.

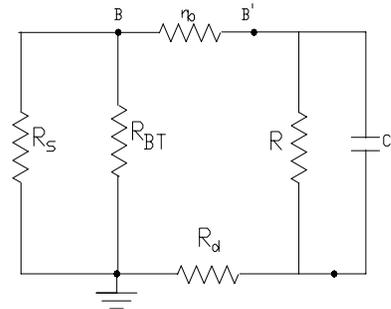


Figura IX.25.

En este último circuito por necesidad, se reemplazó el generador controlado  $gm \cdot V$  en función del indicado, ya que:

$$gm \cdot V = h_{fe}^* \cdot I_b$$

A partir del circuito hallado aplicaremos el procedimiento de la sumatoria de las constantes de tiempo para determinar el comportamiento de alta frecuencia de la etapa amplificadora colector común que se encuentra bajo

estudio, es decir que nos abocaremos al hallazgo de uno de los polos ubicados en alta frecuencia que dispone este amplificador, el más bajo en frecuencia y si el mismo a su vez fuera dominante su frecuencia de ubicación nos proporcionaría la frecuencia superior de la etapa. El inconveniente al utilizar este método en esta configuración es que a priori no se puede asegurar que la transferencia en alta frecuencia de la misma realmente disponga de un polo dominante por lo que de no ser así el error que estaremos cometiendo será considerable.

En tal sentido, en primer lugar consideramos al condensador C, suponiendo que los dos restantes se comportan como sendos circuitos abiertos, y considerándolo cargado procedemos a determinar la resistencia sobre la cual el mismo se descarga. Para ello el circuito equivalente de la figura IX.25. es de utilidad. En consecuencia, llamando:

$$R_s' = R_s // R_{BT} \quad R_1' = R_s' + r_b + R_d \quad \text{y} \quad R_1 = R // R_1'$$

en consecuencia, la constante de tiempo de descarga de C es:  $\tau_1 = R_1 \cdot C$

Cabe señalar que el término  $R_d$  en la expresión de  $R_1'$  quedó incluida en el circuito debido al 1 que suma a la ganancia  $h_{fe}$ , que (sobre todo cuando las  $R_s$  son grandes) se puede seguir despreciando como se hacía en el rango de frecuencias medias y solo tendrá influencia cuando  $R_s$  y por lo tanto  $R_s'$  son pequeñas.

En segundo término consideraremos al condensador  $C_{cs}$ . Al abrir el condensador C y haber desexcitado previamente, resulta  $I_b = 0$  y por lo tanto el generador controlado  $h_{fe} \cdot I_b$  se comporta como un circuito abierto por lo que el circuito a analizar queda conformado simplemente como se indica en la figura IX.26.a. por lo que la constante de tiempo de descarga del capacitor  $C_{cs}$ . Resultará:

$$\tau_3 = r_c \cdot C_{cs}$$

cuyo resultado numérico es normalmente mucho más pequeño y por lo tanto despreciable frente a las demás constantes de tiempo.

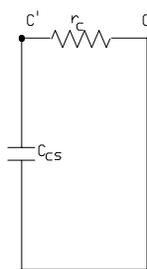


Figura IX.26.a.

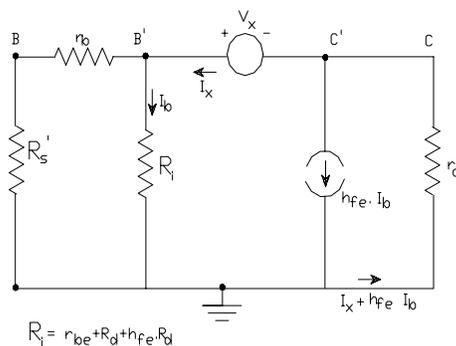


Figura IX.26.b.

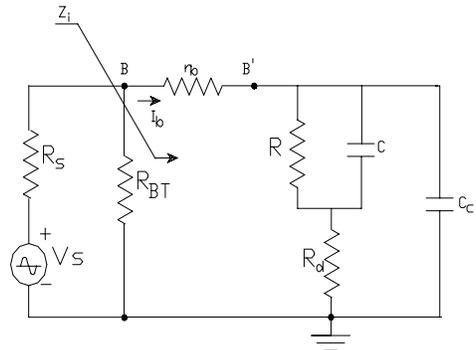


Figura IX.27.

Por último, pasamos a estudiar la influencia de  $C_c$  y para estudiar su constante de descarga en el circuito equivalente correspondiente, es decir desexcitando y abriendo el resto de los capacitores, reemplazamos a  $C_c$  por un generador de tensión  $V_x$ , tal como se indica en el circuito equivalente de descarga indicado en la figura IX.26.b. En dicho circuito dado que  $C_c$  es un circuito abierto en la entrada del circuito se tiene  $R_i$  en lugar de  $Z_i$  y la ganancia  $h_{fe}^*$  vuelve a ser la  $h_{fe}$ . Para relacionar  $V_x$  e  $I_x$  pasamos a determinar las diferencias de potencial  $V_1$  y  $V_2$ .

$$V_1 = I_x \cdot [R_i // (r_b + R_s')] \quad ; \quad V_2 = -(I_x + h_{fe} \cdot I_b) \cdot r_c$$

mientras que en la entrada:

$$I_b = I_x \cdot \frac{r_b + R_s'}{r_b + R_s' + R_i} \quad \text{por lo que reemplazando en la expresión de } V_2$$

$$V_2 = -I_x \cdot r_c - I_x \cdot \frac{r_b + R_s'}{r_b + R_s' + R_i} \cdot h_{fe} \cdot r_c$$

en consecuencia:

$$V_x = V_1 - V_2 = I_x \cdot [R_i // (r_b + R_s')] + I_x \cdot r_c + I_x \cdot \frac{r_b + R_s'}{r_b + R_s' + R_i} \cdot h_{fe} \cdot r_c$$

$$R_x = [R_i // (r_b + R_s')] + r_c \cdot \left[ 1 + \frac{(r_b + R_s') \cdot h_{fe}}{r_b + R_s' + R_i} \right] \quad (IX.33.)$$

con lo que finalmente:

$$\tau_2 = C_c \cdot R_x$$

Dado que  $r_c$  es pequeña, la mayoría de las veces el término dependiente de  $r_c$  en la ecuación (IX.33.) se torna despreciable, dependiendo ello nuevamente del nivel de la resistencia  $R_s$ .

En síntesis, tal como el método de las constante de tiempo lo establece, la frecuencia de corte superior de la etapa bajo estudio, suponiendo la presencia de polo dominante es:

$$F_h = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot (\tau_1 + \tau_2 + \tau_3)} \quad (IX.34.)$$

Analizaremos seguidamente la dependencia con la frecuencia de la impedancia de entrada de esta etapa colector común. A tal efecto partimos del circuito de la figura IX.27. en el que por lo recién dicho estamos despreciando a  $r_c$ . Suponiendo además despreciable el efecto de  $R_d$  derivado del  $(h_{fe} + 1)$ , dicha impedancia de entrada resulta ser:

$$Z_i = \frac{R}{1 + s \cdot R \cdot (C + C_c)} + r_b$$

En esta expresión se observa una constante de tiempo  $R \cdot (C + C_c)$  que llamaremos  $\tau_i$  de manera que la impedancia de entrada se podrá expresar según

$$Z_i = \frac{R}{1 + s \cdot \tau_i} + r_b \quad \text{con lo que reemplazando} \quad s = j\omega \quad \text{y} \quad \omega_i = \frac{1}{\tau_i}$$

con lo que:

$$Z_i = \frac{R}{1 + j(F/F_i)} + r_b \quad \text{de manera que para } F \ll F_i \quad Z_i = R + r_b = h_{ie} + h_{fe} \cdot R_d = R_i$$

es decir coincidente con el resultado obtenido para el rango de frecuencias medias, es decir una característica de alta resistencia de entrada. Vemos ahora que a medida que aumenta la frecuencia, en el rango de frecuencias altas se agrega una parte reactiva y que dicha impedancia disminuye con el aumento de la frecuencia (se pierde paulatinamente la característica de alta resistencia de entrada o característica separadora). Particularmente a la frecuencia  $F = F_i$  el módulo de dicha impedancia cae al 70 % del valor que en frecuencias medias posee  $R_i$  por lo que a dicha frecuencia se la puede interpretar como una frecuencia de corte para la resistencia de entrada del colector común, debiéndose notar que al ser:

$$F_i = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \tau_i} \quad (IX.35.)$$

toda vez que la constante  $\tau_i$  resulta ser mucho mayor que la suma (dado el valor de  $R$  y  $(C+C_c)$  en comparación con las otras tres) esta etapa amplificadora a medida que aumenta la frecuencia primero pierde la característica de alta resistencia de entrada y luego pierde la característica seguidora de la transferencia de tensión.

En términos de

$$A_{vas} = A_{va} \cdot \frac{R_{iA}}{R_{iA} + R_s}$$

esta transferencia disminuirá con la frecuencia debido al polo de  $A_{va}$  ubicado en la frecuencia  $F_h$  y también debido al polo de  $R_{iA}$  de frecuencia  $F_i$ .

Puede demostrarse asimismo que la impedancia de salida  $Z_o$  a medida que crece la frecuencia aumenta debido a la presencia de un cero en la frecuencia:

$$F_o = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot (R_s // R_{BT} // r_{be}) \cdot (C_e + C_c)} \quad \text{o sea que } Z_o = R_o \cdot [1 + j(F/F_o)] \quad (\text{IX.36.})$$

con lo que nuevamente, a medida que la frecuencia aumenta la etapa amplificadora colector común va perdiendo su característica de baja resistencia de salida desde el valor

$$R_o = h_{ib} + \frac{(R_s // R_{BT})}{h_{fe}}$$

válido para frecuencias medias, hasta valores superiores dados por la ecuación (IX.36.) precedente.

#### IX.7.- FRECUENCIA DE CORTE SUPERIOR DE SISTEMAS CON POLOS MÚLTIPLES:

De acuerdo con los estudios precedentes, el análisis exacto del comportamiento en alta frecuencia de cualquiera de los etapas amplificadoras implica la consideración de más de un polo.

Una situación similar se presentaría al analizar el comportamiento en alta frecuencia de sistemas multietapas en donde cada una de las etapas integrantes se estaría caracterizando a través de su propia frecuencia de corte superior individual. Tal como ya se hizo en el caso de un monoetapa se trataría de individualizar la presencia de un polo ubicado en una frecuencia mucho más baja que los restantes de modo de considerarlo como polo dominante de la respuesta en frecuencia del sistema multietapa.

Por una parte estudiaremos los errores que se cometen al considerar que la frecuencia de un polo supuestamente dominante o lo que es lo mismo que la primer quebradura de un diagrama de Bode impone la frecuencia de corte superior del sistema. Es indudable que dicho error dependerá del grado de separación (en términos de frecuencias) entre dicho polo al que se le atribuyen características de dominante y los restantes.

Posteriormente también nos ocuparemos del caso en que por ejemplo en un sistema multietapas se tengan "n" etapas todas iguales, es decir con la misma frecuencia de corte superior individual, y se desea determinar la frecuencia de corte superior de dicho sistema.

En los ejemplos numéricos resueltos los resultados obtenidos fueron:

a) caso del emisor común:

-Polo  $p_2 = -\omega_2 = -21,7 \text{ Mrad/seg.}$  es decir ubicado en la frecuencia  $F_2 = 3,45 \text{ MHz.}$

-Polo  $p_1 = -\omega_1 = -1.153,6 \text{ Mrad/seg.}$  y por lo tanto ubicado en la frecuencia  $F_1 = 183,7 \text{ MHz.}$

-La separación entre ambos llega a ser superior a 53 veces, es decir  $F_1 > 53 \cdot F_2$

b) caso del base común:

-Polo  $p_s = -\omega_s = -147 \text{ Mrad/seg.}$  es decir ubicado en la frecuencia  $F_s = 23,4 \text{ MHz.}$

-Polo  $p_e = -\omega_e = -2500$  Mrad/seg. y por lo tanto ubicado en la frecuencia  $F_e = 398$  Mhz..

-La separación entre ambos llega a ser superior a 17 veces, es decir  $F_e > 17 \cdot F_s$

En ambos casos la separación es tal que el error cometido al suponer la frecuencia de corte coincidente con la del polo ubicado más abajo en frecuencia es totalmente despreciable. Seguidamente consideraremos separaciones menores entre dos polos y para tal fin observamos que la parte del módulo de la transferencia de que trata la expresión (IX.27.), planteada para la frecuencia de corte superior  $F_{cs}$  resulta ser:

$$|A_{va}(jF_{cs})| = \frac{|A_{vm}|}{(1^2 + \frac{F_{cs}^2}{F_1^2})^{1/2}} \cdot \frac{|A_{vm}|}{(1^2 + \frac{F_{cs}^2}{F_2^2})^{1/2}} = \frac{|A_{vm}|^2}{(2)^{1/2}}$$

lo cual significa que:

$$(1^2 + \frac{F_{cs}^2}{F_1^2}) \cdot (1^2 + \frac{F_{cs}^2}{F_2^2}) = 2 \quad (IX.37.)$$

c) caso en que  $F_2 = 10 F_1$ :

- En el segundo término del primer miembro de la ecuación (IX.37.) supondremos que la frecuencia de corte superior de la etapa coincide con la frecuencia del polo  $p_1$  que por lo tanto consideramos como polo dominante, mientras que reemplazamos a  $F_2$  como 10 veces la frecuencia de dicho polo dominante, es decir:

$$F_{cs} = F_1 = F_d \quad \text{y} \quad F_2 = 10 F_d$$

con lo que la (IX.37.) queda:

$$(1^2 + \frac{F_{cs}^2}{F_d^2}) \cdot (1^2 + \frac{F_d^2}{10^2 \cdot F_d^2}) = 2 \quad \text{o sea:} \quad (1^2 + \frac{F_{cs}^2}{F_d^2}) = \frac{2}{1,01}$$

$$F_{cs} = F_d \cdot (\frac{2}{1,01} - 1)^{1/2} = 0,99 \cdot F_d$$

- La conclusión es que si se supone que la frecuencia de un polo dominante es coincidente con la frecuencia superior cuando este polo esta separado del restante en una relación de 10 veces, se comete un error de tan solo el 1 % en exceso.

d) caso en que  $F_2 = 4 F_1$ :

- Siguiendo un proceso similar al anterior:

$$F_{cs} = F_1 = F_d \quad \text{y} \quad F_2 = 4 F_d$$

con lo que la (IX.37.) queda:

$$(1^2 + \frac{F_{cs}^2}{F_d^2}) \cdot (1^2 + \frac{F_d^2}{4^2 \cdot F_d^2}) = 2 \quad \text{o sea:} \quad (1^2 + \frac{F_{cs}^2}{F_d^2}) = \frac{2}{1,0625}$$

$$F_{cs} = F_d \cdot (\frac{2}{1,0625} - 1)^{1/2} = 0,94 \cdot F_d$$

- La conclusión es que si se supone que la frecuencia de un polo dominante es coincidente con la frecuencia superior cuando este polo esta separado del restante en una relación de 4 veces, se comete un error del 6 % en exceso.

e) caso en que  $F_2 = 2 F_1$ :

- Nuevamente:

$$F_{cs} = F_1 = F_d \quad \text{y} \quad F_2 = 2 F_d$$

con lo que la (IX.37.) queda:

$$\left(1^2 + \frac{F_{cs}^2}{F_d^2}\right) \cdot \left(1^2 + \frac{F_d^2}{2^2 \cdot F_d^2}\right) = 2 \quad \text{o sea:} \quad \left(1^2 + \frac{F_{cs}^2}{F_d^2}\right) = \frac{2}{1,25}$$

$$F_{cs} = F_d \cdot \left(\frac{2}{1,25} - 1\right)^{1/2} = 0,77 \cdot F_d$$

- La conclusión es que si se supone que la frecuencia de un polo dominante es coincidente con la frecuencia superior cuando este polo esta separado del restante en una relación de 4 veces, se comete un error del 23 % en exceso.

Si bien la magnitud de estos errores están dentro de lo que normalmente acostumbramos a tolerar (salvo para el caso de una separación de tan solo dos veces), lo crítico es que sabemos que son errores que dan como resultado la determinación de una frecuencia de corte superior mas alta de lo que en la realidad es (por exceso). Esta característica nos impulsa a considerar otra modalidad consistente en evaluar la frecuencia de corte superior, para el caso de polos no suficientemente separados, calculando la inversa de la sumatoria de las constantes de tiempo de cada polo, es decir:

$$\tau_1 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot F_1} \quad ; \quad \tau_2 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot F_2}$$

$$F_{cs} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot (\tau_1 + \tau_2)} \quad \text{(IX.38.)}$$

Entonces para los mismos casos puntuales en que anteriormente determinamos los errores cometidos al suponer polo dominante se tiene:

c') caso en que  $F_2 = 10 F_1$ :

$$\tau_1 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot F_1} \quad ; \quad \tau_2 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 10 \cdot F_1} = 0,1 \cdot \tau_1$$

$$F_{cs} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot (\tau_1 + \tau_2)} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 1,1 \cdot \tau_1} = 0,91 \cdot F_1$$

y como el resultado verdadero fue de  $0,99 F_1$  se ve que estaríamos cometiendo un 8 % de error en defecto.

d') caso en que  $F_2 = 4 F_1$ :

$$\tau_1 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot F_1} \quad ; \quad \tau_2 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 4 \cdot F_1} = 0,25 \cdot \tau_1$$

$$F_{cs} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot (\tau_1 + \tau_2)} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 1,25 \cdot \tau_1} = 0,8 \cdot F_1$$

$$F_{cs} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot (\tau_1 + \tau_2)} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 1,25 \cdot \tau_1} = 0,8 \cdot F_1$$

y como el resultado verdadero fue de  $0,94 F_1$  se ve que estaríamos cometiendo un 14 % de error en defecto.

e) caso en que  $F_2 = 2 F_1$ :

$$\tau_1 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot F_1} \quad ; \quad \tau_2 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 2 \cdot F_1} = 0,5 \cdot \tau_1$$

$$F_{cs} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot (\tau_1 + \tau_2)} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 1,5 \cdot \tau_1} = 0,67 \cdot F_1$$

y como el resultado verdadero fue de  $0,77 F_1$  se ve que estaríamos cometiendo un 10 % de error en defecto.

Como conclusión respecto del análisis precedente se deduce que para el caso de polos cercanos entre sí es recomendable determinar la frecuencia de corte superior mediante la sumatoria de las constantes de tiempo según la expresión (IX.38.) ya que los errores cometidos son en defecto.

Ahora bien, en el caso límite en que se trate de "n" polos coincidentes:

$$F_1 = F_2 = \dots = F_n = F_i$$

con lo que la (IX.37.) queda:

$$2 \left(1^2 + \frac{F_{cs}^2}{F_i^2}\right) \dots (n \text{ veces}) \dots \left(1^2 + \frac{F_{cs}^2}{F_i^2}\right) = 2 \quad \text{o sea:} \quad \left(1^2 + \frac{F_{cs}^2}{F_i^2}\right)^n = 2$$

$$F_{cs} = F_i \cdot [(2)^{1/n} - 1]^{1/2} \quad \text{(IX.39.)}$$

de tal manera que para distintos valores de n se tiene que:

n =	1	2	3	4	5
F <sub>cs</sub> =	F <sub>i</sub>	0,64 · F <sub>i</sub>	0,51 · F <sub>i</sub>	0,43 · F <sub>i</sub>	0,38 · F <sub>i</sub>

es decir que para incrementar la ganancia a medida que se agregan en cascada etapas iguales el ancho de banda del sistema se va reduciendo.

### IX.8.- COMPORTAMIENTO EN BAJAS FRECUENCIAS DE UNA ETAPA EMISOR COMÚN CON ACOPLAMIENTO A R-C:

En la figura IX.1. para el rango de bajas frecuencias (por debajo de F<sub>1</sub>) se puede observar una caída en la ganancia de tensión la que resulta de la acción de las reactancias capacitivas de los condensadores de acoplamiento de paso. Quiere decir que dicha curva de respuesta en frecuencia corresponde típicamente a circuitos amplificadores con acoplamiento de alterna a R-C.

En cambio las etapas amplificadoras del tipo diferencial con acoplamiento directo y en general todas aquellas etapas amplificadoras inherentes a la electrónica lineal de los circuitos integrados tales como las estudiadas en el Capítulo V presentan una ganancia aproximadamente constante (A<sub>vm</sub>) hasta la frecuencia cero debido a que emplean con exclusividad el acoplamiento directo, por lo que para ellas no se justifica el análisis que haremos seguidamente y que por lo tanto será solamente aplicable para aquellas mencionadas en el párrafo anterior.

A título de ejemplo tomaremos la etapa emisor común con acoplamiento a R-C que se indica en la figura IX.28. como circuito equivalente dinámico de la etapa amplificadora, válido para el rango de bajas frecuencias. Debemos considerar que la reactancia del condensador C<sub>i</sub>, es decir X<sub>Ci</sub>, en bajas frecuencias toma valores

apreciables (ya no puede suponerse un corto circuito como lo hacíamos a frecuencias medias) y al quedar conectada en serie con  $R_s$  produce sobre la ganancia un efecto similar a un aumento de dicha resistencia, es decir una disminución por debajo del valor que la misma posee en frecuencias medias.

Al mismo tiempo la reactancia  $X_{C_E}$  a medida que baja la frecuencia va tomando valores cada vez más comparables o similares a la resistencia  $R_E$  y por lo tanto el terminal de emisor deja de hallarse directamente conectado a masa, sobre el mismo aparece una impedancia de valor:

$$Z_E = \frac{R_E}{1 + s \cdot C_E \cdot R_E} \quad (IX.37.)$$

que produce sobre la ganancia de tensión, un efecto similar al del circuito con  $R_E$  sin puentear comparado con el emisor común, es decir nuevamente una disminución en dicha ganancia.

Con la finalidad de estudiar dichos efectos y partiendo del circuito de la figura IX.28., reemplazando al transistor por su modelo híbrido aproximado resistivo puro pasaremos a estudiar el circuito equivalente indicado en la figura IX.29. en el que por razones de simplicidad de estudio consideraremos  $R_{B_T}$  lo suficientemente grande para poder ignorar su

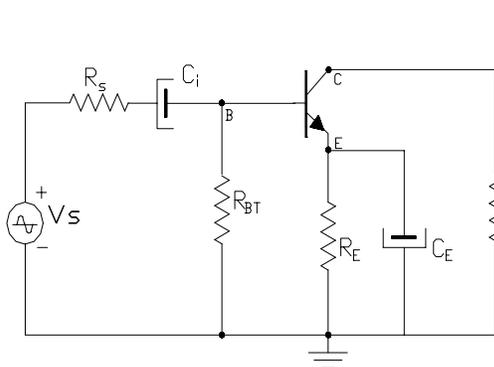


Figura IX.28.

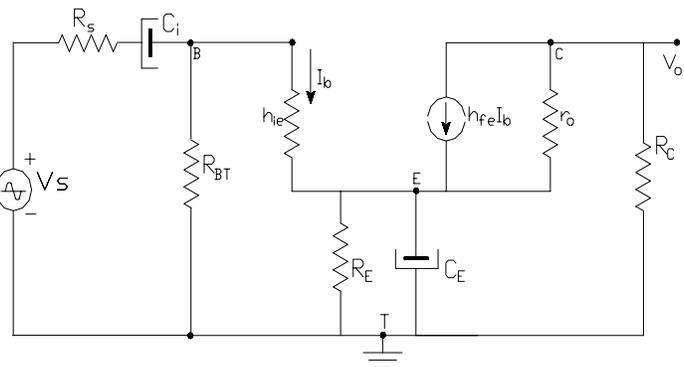


Figura IX.29.

carga en el circuito de entrada. Asimismo si desdoblamos el generador controlado  $h_{fe} \cdot I_b$  y absorbemos el correspondiente de entrada, modificando el nivel de  $Z_E$ , es posible pasar a otro circuito equivalente al anterior tal como el que se indica en la figura IX.30.

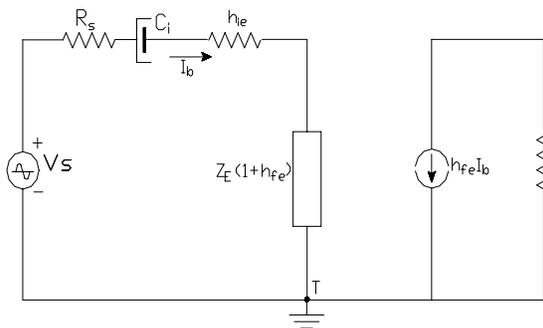


Figura IX.30.

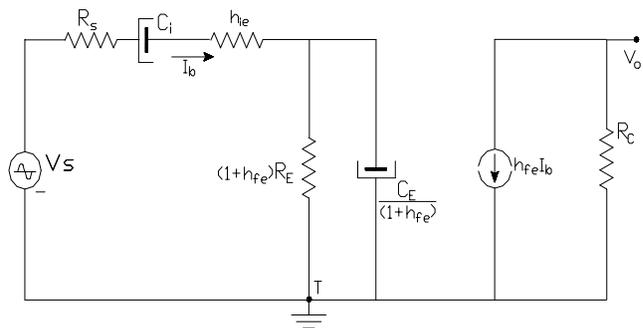


Figura IX.31.

En este nuevo circuito se ha considerado que  $r_o \gg R_C$ . Además, en el mismo se verifica que la impedancia  $Z_E \cdot (1+h_{fe})$  puede ser representada circuitalmente mediante el paralelo de la resistencia  $R_E \cdot (1+h_{fe})$  y el condensador  $[C_E / (1+h_{fe})]$  dado que dan como resultado una impedancia de valor:

$$R_E \cdot (1+h_{fe}) \quad R_E \cdot (1+h_{fe})$$

$$Z_E = \frac{C_E}{1 + s \cdot R_E \cdot (1+h_{fe})} = \frac{C_E}{1 + s \cdot C_E \cdot R_E} = Z_E \cdot (1+h_{fe}) \quad (IX.38.)$$

lo que nos lleva al circuito equivalente de la figura IX.31. en donde llamaremos  $R_1 = R_s + h_{ie}$

En lo que sigue despreciaremos 1 frente a  $h_{fe}$  y plantearemos el cociente entre la tensión de salida  $V_o$  y la de entrada  $V_s$  y dado que tal planteo lo llevamos a cabo sobre el circuito equivalente de baja frecuencia la transferencia resultante será válida para aquel rango de frecuencias, es decir:

$$A_{vb}(s) = \frac{V_o}{V_s}$$

De la parte de salida del circuito de la figura IX.31.:

$$V_o = -h_{fe} \cdot I_b \cdot R_C$$

mientras que de la entrada:

$$I_b = \frac{V_s}{R_1 + X_{Ci} + h_{fe} \cdot Z_E}$$

reemplazando en la ganancia:

$$A_{vb}(s) = \frac{-h_{fe} \cdot R_C}{R_1 + \frac{1}{s \cdot C_i} + \frac{h_{fe} \cdot R_E}{1 + s \cdot C_E \cdot R_E}} = \frac{-h_{fe} \cdot R_C}{s \cdot C_i + \frac{1 + s \cdot C_E \cdot R_E}{1 + s \cdot C_E \cdot R_E} + \frac{h_{fe} \cdot R_E}{1 + s \cdot C_E \cdot R_E}}$$

sacando común denominador en el denominador y operando matemáticamente:

$$A_{vb}(s) = \frac{-h_{fe} \cdot R_C \cdot s \cdot C_i \cdot (1 + s \cdot C_E \cdot R_E)}{(1 + s \cdot R_1 \cdot C_i) \cdot (1 + s \cdot C_E \cdot R_E) + s \cdot C_i \cdot h_{fe} \cdot R_E}$$

$$A_{vb}(s) = \frac{-h_{fe} \cdot R_C \cdot s \cdot C_i \cdot C_E \cdot R_E \cdot (s + \frac{1}{C_E \cdot R_E})}{s^2 \cdot (R_1 \cdot C_i \cdot C_E \cdot R_E) + s \cdot (C_E \cdot R_E + R_1 \cdot C_i + C_i \cdot h_{fe} \cdot R_E) + 1}$$

dividiendo numerador y denominador por  $(R_1 \cdot C_i \cdot C_E \cdot R_E)$ :

$$A_{vb}(s) = \frac{\frac{-h_{fe} \cdot R_C}{R_s + h_{ie}} \cdot s \cdot (s + \frac{1}{C_E \cdot R_E})}{s^2 + s \cdot (\frac{1}{R_1 \cdot C_i} + \frac{1}{C_E \cdot R_E} + \frac{h_{fe}}{R_1 \cdot C_E}) + \frac{1}{(R_1 \cdot C_i \cdot C_E \cdot R_E)}}$$

en esta última expresión:

$$\frac{-h_{fe} \cdot R_C}{R_s + h_{ie}} \cdot \frac{1}{C_E \cdot R_E} \cdot \frac{h_{fe}}{R_1 \cdot C_E} \cdot \frac{1}{(R_1 \cdot C_i \cdot C_E \cdot R_E)}$$

$$A_{Vm} = \frac{R_s + h_{ie}}{\dots} \quad \text{con } R_2 = R_E // (R_1/h_{fe}) \quad \frac{\dots}{C_E \cdot R_E} + \frac{\dots}{R_1 \cdot C_E} = \frac{\dots}{R_2 \cdot C_E}$$

en consecuencia:

$$A_{Vb}(s) = \frac{A_{Vm} \cdot s \cdot (s + \frac{1}{C_E \cdot R_E})}{s^2 + s \cdot (\frac{1}{R_1 \cdot C_i} + \frac{1}{C_E \cdot R_2}) + \frac{1}{(R_1 \cdot C_i \cdot C_E \cdot R_E)}} \quad (IX.40.)$$

La expresión (IX.40.) nuevamente es el cociente de dos polinomios en "s" por lo que las raíces del polinomio numerador y las del denominador constituyen los "ceros" y los "polos", respectivamente, de dicha función transferencia. Dado que ambos polinomios resultan ser de orden "2" dicha función transferencia tendrá dos ceros y dos polos de baja frecuencia.

Por una parte, los ceros surgen directamente, uno que llamaremos "z<sub>2</sub>" es un cero en el origen y el restante "z<sub>1</sub>" de valor real y negativo:

$$z_2 = 0 \quad \text{y} \quad z_1 = -\frac{1}{C_E \cdot R_E} \quad (IX.41.)$$

Por la otra si llamamos "p<sub>3</sub>" y "p<sub>4</sub>" a los polos de dicha función, de acuerdo con las propiedades de las raíces de un polinomio de segundo orden con coeficiente cuadrático unitario:

$$p_3 + p_4 = -(\frac{1}{R_1 \cdot C_i} + \frac{1}{C_E \cdot R_2}) \quad \text{y} \quad p_3 \cdot p_4 = \frac{1}{(R_1 \cdot C_i \cdot C_E \cdot R_E)}$$

Por supuesto que para hallar dichas raíces puede encararse el método tradicional de resolución de la ecuación de segundo grado. Pero en la etapa amplificadora que estamos analizando nuevamente la ubicación en frecuencia de estos dos polos de baja frecuencia es muy particular ya que uno de los dos se encuentra mucho más arriba en frecuencia que el restante de modo que:

$$\text{dado que } p_3 \gg p_4 \quad \text{resulta:} \quad p_3 = -(\frac{1}{R_1 \cdot C_i} + \frac{1}{C_E \cdot R_2}) \quad (IX.42.)$$

mientras que el restante:

$$p_4 = -\frac{1}{(\frac{1}{R_1 \cdot C_i} + \frac{1}{C_E \cdot R_2}) \cdot (R_1 \cdot C_i \cdot C_E \cdot R_E)} \quad (IX.43.)$$

Tal como se demuestra en el Tomo 3 de la Colección del S.E.E.C. (Pág. 195) si se tiene una relación  $(R_E / R_2) > 2,5$  la separación entre los polos p<sub>3</sub> y p<sub>4</sub> es por lo menos de diez veces, situación esta última que tal como se adelantara ya, invariablemente se cumple en la etapa Emisor Común que se halla bajo estudio, dada la definición de R<sub>2</sub> como el paralelo entre la misma R<sub>E</sub> y una R<sub>1</sub> atenuada h<sub>fe</sub> veces.

Finalmente, expresando los polinomios numerador y denominador de la función transferencia en función de dichas raíces, la ecuación (IX.40.) puede describirse como:

$$A_{Vb}(s) = A_{Vm} \cdot \frac{s \cdot (s - z_1)}{(s - p_3) \cdot (s - p_4)} \quad (IX.44.)$$

a partir de la cual puede realizarse una nueva interpretación gráfica mediante la utilización del plano de frecuencia compleja "s" ( $\alpha + j\omega$ ), en donde procederemos a representar a la totalidad de las singularidades de la misma.

Para tal fin, ahora debemos elegir una escala adecuada para que en la misma se pueda ubicar simultáneamente sus dos polos y sus dos ceros, en cuyo caso, una disposición típica que atiende a los valores usuales de las expresiones (IX.41.), (IX.42.) y (IX.43.) para este tipo de etapas se indica en la figura IX.32.

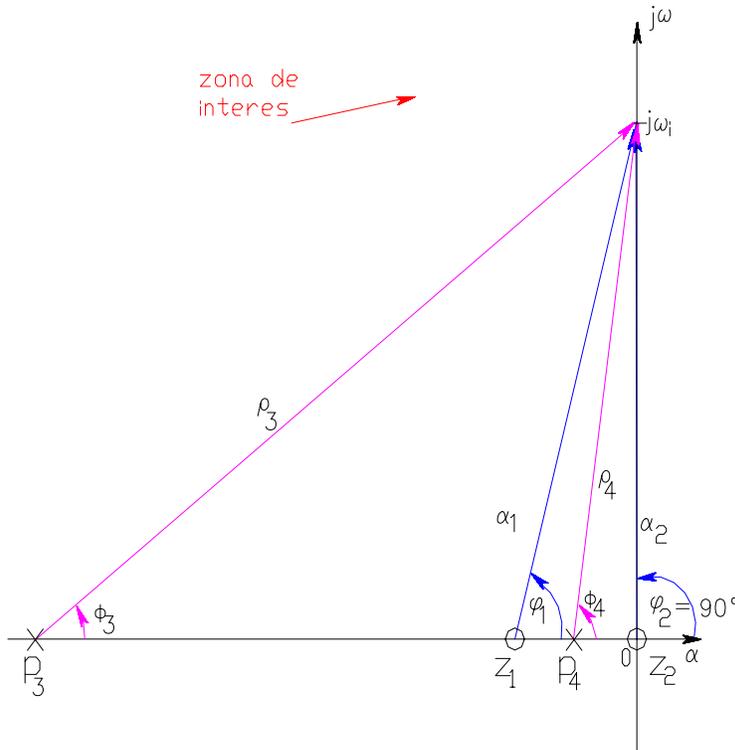


Figura IX.32.

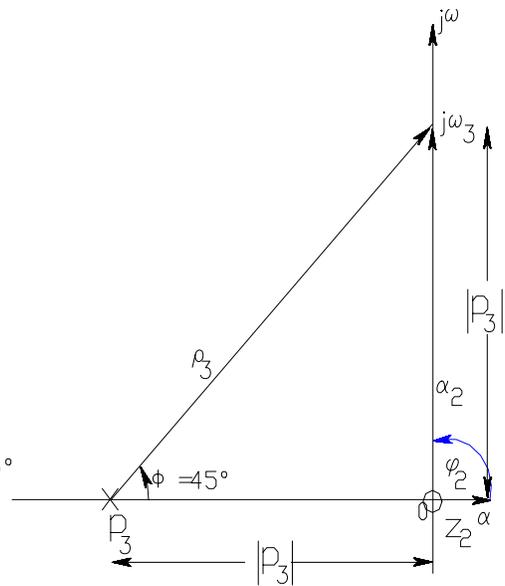


Figura IX.33.

La particularidad es que al ser  $p_3 \gg p_4$ , típicamente el cero  $z_1$  (que para una función transferencia físicamente realizable debe alternarse entre ambos polos) queda ubicado muy próximo al polo  $p_4$  y ambos a su vez muy cercanos al cero del origen ( $z_2$ ).

Si tal como lo realizáramos en los gráficos de la figuras IX.8. y IX.9. (estudio del comportamiento de la misma etapa pero en alta frecuencia) se deseara obtener la curva de respuesta en frecuencias bajas, a partir de la ecuación (IX.44.), consideraríamos una excitación de forma senoidal, es decir con  $s = j\omega$  y para distintos valores de frecuencias, trazando radiovectores de módulo  $\rho$  para los polos y  $\alpha$  para los ceros (fases  $\phi$  y  $\varphi$  respectivamente), se podría determinar separadamente el módulo y la fase de la función transferencia haciendo:

$$A_{vb}(j\omega_i) = \frac{A_{vm} \cdot \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot e^{j\varphi_1} \cdot e^{j\varphi_2}}{\rho_3 \cdot e^{j\phi_3} \cdot \rho_4 \cdot e^{j\phi_4}} \quad (IX.44')$$

$$[A_{vb}(j\omega_i)] = \frac{[A_{vm}] \cdot \alpha_1 \cdot \alpha_2}{\rho_3 \cdot \rho_4} \quad y \quad \theta_{vb}(j\omega_i) = \theta_{vm} + 90^\circ + \varphi_1 - \phi_3 - \phi_4 = 270^\circ + \varphi_1 - \phi_3 - \phi_4$$

Puede constatar que con la escala gráfica adoptada, si consideramos una frecuencia muy alta, tal como para suponerla comprendida en el rango de frecuencias medias, gráficamente dicho rango de frecuencias se correspondería con puntos sobre el eje imaginario pero ubicados más arriba del ámbito de la figura IX.32. (cercano al borde de la hoja de papel) y por ello para el mismo:

$$\rho_3 = \alpha_1 = \rho_4 = \alpha_2 \quad \text{y} \quad \phi_2 = \phi_1 = \phi_3 = \phi_4 = 90^\circ$$

por lo que para ese rango de frecuencia la transferencia se hace igual a la de frecuencias medias ( $A_{vm}$ ).

Asimismo debemos observar que aún para frecuencias del mismo orden a la frecuencia de ubicación del polo mas separado del origen ( $p_3$ ), por construcción gráfica:

$$\alpha_1 = \rho_4 \quad \text{y} \quad \phi_1 = \phi_4$$

de modo que con buena aproximación la función transferencia se puede expresar por:

$$A_{vb}(s) = A_{vm} \cdot \frac{s}{(s - p_3)} \quad (\text{IX.44"}.)$$

$$[A_{vb}(j\omega_i)] = \frac{[A_{vm}] \cdot \alpha_2}{\rho_3} \quad \text{y} \quad \theta_{vb}(j\omega_i) = 270^\circ - \phi_3$$

y consecuentemente el diagrama de polos y ceros se puede simplificar tal como se indica en la figura IX.33. vale decir que la función transferencia queda condicionada solo por el polo  $p_3$  (o sea el de mayor frecuencia), y el cero en el origen.

Si a partir del mismo, determinamos el valor de  $[A_{vb}]$  para una frecuencia sobre el eje imaginario en magnitud igual a la frecuencia del polo  $p_3$ , la construcción gráfica resulta ser la indicada en la misma figura IX.33. de donde se desprende que el módulo de la ganancia en bajas frecuencias, a dicha frecuencia particular resulta ser:

$$[A_{vb}(j\omega_3)] = \frac{[A_{vm}] \cdot \alpha_2}{\rho_3} = \frac{[A_{vm}] \cdot \alpha_2}{1,41 \cdot \alpha_2} = 0,707 \cdot [A_{vm}] \quad \text{y} \quad \theta_{vb}(j\omega_3) = 270^\circ - 45^\circ = 225^\circ$$

vale decir que por el resultado obtenido con el Modulo de dicha ganancia (70 % del valor que la misma tiene en frecuencias medias), se concluye que la frecuencia  $F_3$  en la que se encuentra ubicado el polo  $p_3$  resulta ser la frecuencia de corte inferior de la etapa, se dice en este caso que la transferencia estudiada dispone de un polo dominante en baja frecuencias y en consecuencia:

$$\omega_3 = 2 \cdot \pi \cdot F_3 = -p_3 = \left( \frac{1}{R_1 \cdot C_i} + \frac{1}{C_E \cdot R_2} \right)$$

### IX.9.- DETERMINACIÓN DE LA FRECUENCIA DE CORTE INFERIOR POR EL MÉTODO DE LAS CONSTANTES DE TIEMPO:

Al igual como lo hiciéramos para el rango de altas frecuencias, veremos a continuación una metodología igual de interesante que nos permite determinar la frecuencia de corte inferior de un circuito amplificador cuando la etapa amplificadora posee una transferencia directa que en el rango de bajas frecuencias se encuentra dominada por un polo. Este método se puede aplicar solo a partir del conocimiento o determinación del circuito equivalente de bajas frecuencias del amplificador bajo estudio. Supongamos que se trate del circuito equivalente que corresponde al amplificador emisor común, tal como se transcribe en la figura IX.34.

Paralelamente debemos plantear la ecuación transferencia cuando la misma contiene un cero en el origen y un polo dominante en el rango de bajas frecuencias:

$$A_{vb}(s) = \frac{K'' \cdot s}{(s - p_3)} \quad (\text{IX.45.})$$

en consecuencia el problema se reduce a la determinación de la constante  $K''$  y el polo dominante  $p_3$ .

Por una parte la constante  $K''$  la determinamos por el procedimiento del limite para  $s$  tendiendo a infinito, ya sea sobre el circuito equivalente de la figura IX.34. como de la ecuación (IX.45.) recién planteada: Así, si en el circuito de la figura IX.34. hacemos tender  $s$  a infinito el mismo se transforma en un circuito resistivo puro, para el cual ya se obtuvo su ganancia de tensión en reiteradas oportunidades, es decir:

$$A_{vb}(s = \alpha) = A_{vm}$$

mientras que para su segundo miembro:

$$\text{Limite}_{s \rightarrow \alpha} \left[ \frac{K'' \cdot s}{(s - p_3)} \right] = K''$$

por lo que igualando los dos segundos miembros resulta:  $K'' = A_{vm}$

de modo que la ecuación (IX.45.) es también:

$$A_{vb}(s) = \frac{A_{vm} \cdot s}{(s - p_3)} \quad (\text{IX.45}')$$

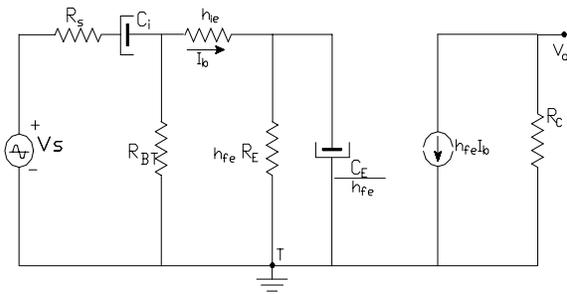


Figura IX.34.

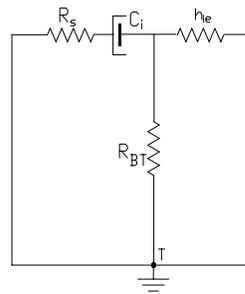


Figura IX.35.a.

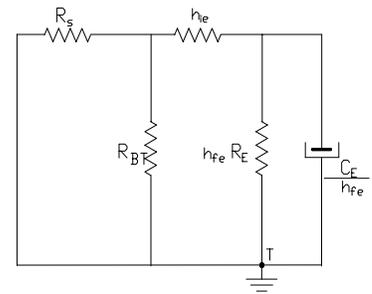


Figura IX.35.b.

Luego, para la determinación de la frecuencia del polo  $p_3$  se procede a determinar las constantes de tiempo de descarga de los capacitores del circuito equivalente de la figura IX.34., suponiendo que cada uno de ellos actúa en forma independiente, esto es que cuando se determina la constante de tiempo de uno de ellos los restantes se comportan tal como lo hacían en el rango de frecuencias medias, es decir como cortocircuito. Para tal fin es recomendable redibujar los circuitos equivalentes de descarga de cada uno de los condensadores y posteriormente y a partir de ellos plantear las ecuaciones de las mismas. Hecho esto, se procede a sumar las inversas de dichas constantes de tiempo determinando así la pulsación de corte superior de la etapa:

$$\omega_3 = -p_3 = \frac{1}{\tau_i} + \frac{1}{\tau_E}$$

- Para  $\tau_i$  el circuito equivalente se indica en la figura XI.35.a. y a partir de allí obtenemos:

$$\tau_i = C_i \cdot [(h_{ie} // R_{BT}) + R_s], \text{ y si } R_{BT} = \alpha, \tau_i = C_i \cdot R_1 \text{ (idéntico resultado a lo obtenido en la demostración matemática)}$$

- Para  $\tau_E$  el circuito equivalente se indica en la figura XI.35.b. y en consecuencia:

$$\tau_E = \frac{C_E}{h_{fe}} \cdot \frac{[h_{ie} + (R_{BT} // R_s)] \cdot h_{fe} \cdot R_E}{[h_{ie} + (R_{BT} // R_s)] + h_{fe} \cdot R_E} = C_E \cdot \frac{\{[h_{ie} + (R_{BT} // R_s)] / h_{fe}\} \cdot R_E}{\{[h_{ie} + (R_{BT} // R_s)] / h_{fe}\} + R_E}$$

y si nuevamente consideramos  $R_{BT} = \alpha$

$$\tau_E = C_E \cdot \frac{[(h_{ie} + R_s) / h_{fe}] \cdot R_E}{[(h_{ie} + R_s) / h_{fe}] + R_E} = C_E \cdot \frac{(R_1 / h_{fe}) \cdot R_E}{(R_1 / h_{fe}) + R_E} = C_E \cdot R_2$$

(idéntico resultado a lo obtenido en la demostración matemática)

**IX.10.- OBTENCIÓN DE LA CURVA DE RESPUESTA EN BAJA FRECUENCIA POR EL MÉTODO DE BODE:**

Al igual como ocurrió en alta frecuencia, ahora se persigue la obtención de la curva de respuesta en frecuencia del amplificador en su comportamiento de bajas frecuencias, tal como la definiéramos en la Figura IX.1. en lo que respecta al módulo y solo para el rango de  $F_3$ , partiendo del conocimiento de la función transferencia directa de tensiones tal como lo expresa la ecuación IX.45'.

Una de las formas de conseguirlo es operar con los gráficos de las Figuras IX.32. o IX.33., según corresponda, realizados con una buena amplitud y en escala.

Efectivamente, ya que como quedó dicho en el apartado IX.1. las curvas de respuesta en frecuencia se obtienen excitando al amplificador con una señal senoidal de frecuencia variable y amplitud constante, ello equivaldría a barrer el semieje imaginario positivo ( $j\omega$ ) en los gráficos de polos y ceros ya citados. En consecuencia, el problema se reduciría a medir (con regla) la longitud de los radio vectores y (con transportador) los ángulos que forman los mismos con el eje real  $\alpha$ , para un buen número de pulsaciones ( $\omega_i$ ) y para cada una de ellas, reemplazar tales valores en la ecuación transferencia, para luego graficar en forma separada su módulo y su fase.

Si bien este procedimiento nos permite la obtención de las curvas de respuesta de una manera exacta, es decir punto por punto de la misma, para su buena definición evitando errores de trazado, es necesario tomar una buena cantidad de puntos, lo cual representa un procedimiento lo suficientemente trabajoso como para justificarse el empleo de otra metodología, tal que aún siendo menos exacta sea mucho más sencilla de aplicar. El método aludido es conocido como el método de Bode y consiste en determinar gráficamente no las curvas sino las asíntotas a las que dichas curvas tienden.

Para su aplicación se debe partir de la función transferencia previamente analizada, tal como la expresada por la ecuación IX.45' y sobre ella imponer a la excitación senoidal, reemplazando  $s = j\omega$ , es decir:

$$A_{vb}(j\omega) = \frac{A_{vm} \cdot j\omega}{(j\omega - p_3)}$$

En nuestro caso sabemos que el comportamiento de esta expresión se encuentra dominado prácticamente con exclusividad por el polo ubicado más arriba en frecuencia, que el restante polo normalmente queda dispuesto por lo menos una década más abajo que el anterior y que influye solo en frecuencias muy inferiores a la de corte inferior, de modo que reemplazando además  $p_3 = -\omega_3$

$$A_{vb}(j\omega) = \frac{A_{vm} \cdot j\omega}{(j\omega + \omega_3)}$$

Seguiremos la metodología general de Bode consistente en expresar a las funciones transferencia como productos y/o cocientes de términos del tipo:

$$\frac{j\omega}{\omega_i} \quad \text{o bien} \quad \left(1 + \frac{j\omega}{\omega_i}\right)$$

para ello, dividiendo al numerador y al denominador por  $\omega_3$  y separado en módulo y fase se tiene:

$$A_{Vm} \cdot \frac{\omega}{\omega_3} \cdot e^{j(90^\circ - \phi_3)}$$

$$A_{Vb}(j\omega) = \frac{\omega}{\omega_3} \cdot \frac{e^{j(90^\circ - \phi_3)}}{(1^2 + \frac{\omega^2}{\omega_3^2})^{1/2}} \quad \text{con} \quad \phi_3 = \arctan\left(\frac{\omega}{\omega_3}\right)$$

$$|A_{Vb}(j\omega)| = \frac{|A_{Vm}| \cdot \frac{\omega}{\omega_3}}{(1^2 + \frac{\omega^2}{\omega_3^2})^{1/2}} \quad \text{y} \quad \phi_b = 180^\circ + 90^\circ - \arctan\left(\frac{\omega}{\omega_3}\right) \quad \text{(IX.46.)}$$

expresando el módulo de la ganancia de tensión en bajas frecuencias en decibel:

$$|A_{Vb}(j\omega)|_{dB} = |A_{Vm}|_{dB} - 20 \cdot \log\left(\frac{\omega}{\omega_3}\right) - 20 \cdot \log\left[\left(1^2 + \frac{\omega^2}{\omega_3^2}\right)^{1/2}\right] \quad \text{(IX.47.)}$$

Finalmente el método de Bode establece la representación gráfica con escalas tipo semi logarítmicas y en función de la frecuencia de las ecuaciones (IX.47.) y (IX.46.) , de manera aproximada pero sumamente sencilla, por aplicación del razonamiento que se detalla seguidamente. Tomemos en primer lugar el módulo de la ganancia, tal como lo expresa la ecuación (IX.47) :

- se observa claramente que existe un término constante, que no depende de la frecuencia, este es

$$|A_{Vm}|_{dB} = 20 \cdot \log(A_{Vm})$$

por lo que su representación gráfica, tal como se muestra en la Figura IX.36 determina una recta horizontal trazada por el valor  $|A_{Vm}|_{dB}$  (línea de trazos).

- el segundo término de la expresión (IX.47.) es del tipo:

$$+20 \cdot \log \frac{\omega}{\omega_3}$$

la forma de variación que tiene esta expresión es:

si  $\omega = \omega_3$  :

$$+20 \cdot \log \frac{\omega}{\omega_3} = +20 \cdot \log 1 = 0 \text{ dB}$$

si  $\omega = 10 \cdot \omega_3$  :

$$+20 \cdot \log \frac{\omega}{\omega_3} = +20 \cdot \log 10 = +20 \text{ dB}$$

si  $\omega = 0,1 \cdot \omega_3$  :

$$+20 \cdot \log \frac{\omega}{\omega_3} = +20 \cdot \log 0,1 = -20 \text{ dB}$$

vale decir que este término se encuentra representado por una recta de pendiente +20 dB/dec que cruza al eje de 0 dB en la pulsación  $\omega_3$ , tal como representamos en la figura IX.36.

- existe un término similar, en cuanto a su dependencia con la frecuencia, a los ya estudiados en el comportamiento de alta frecuencia la única diferencia es que ahora depende de  $\omega_3$ , este es:

$\omega$

$$- 20 \cdot \log \left[ \left( 1^2 + \frac{\omega^2}{\omega_3^2} \right)^{1/2} \right]$$

para  $\omega \ll \omega_3$  :

$$- 20 \cdot \log \left[ \left( 1^2 + \frac{\omega^2}{\omega_3^2} \right)^{1/2} \right] = - 20 \cdot \log 1 = 0 \text{ dB}$$

que constituye una de las asíntotas de este término, en cambio para  $\omega \gg \omega_3$  :

$$- 20 \cdot \log \left[ \left( 1^2 + \frac{\omega^2}{\omega_3^2} \right)^{1/2} \right] = - 20 \cdot \log \frac{\omega}{\omega_3}$$

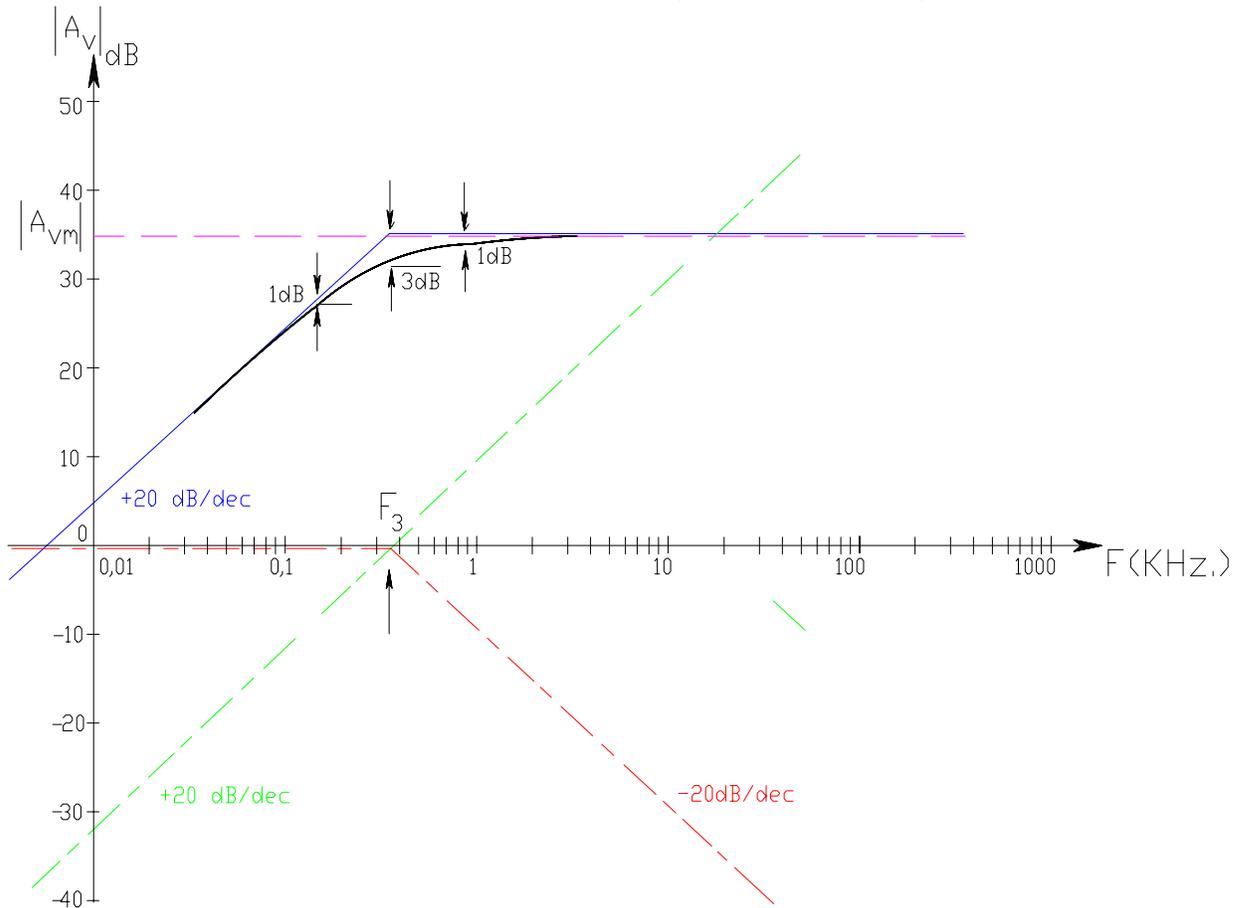


Figura IX.36.

la forma de variación que tiene esta expresión es:

si  $\omega = \omega_3$  :

$$- 20 \cdot \log \frac{\omega}{\omega_3} = - 20 \cdot \log 1 = 0 \text{ dB}$$

si  $\omega = 10 \cdot \omega_3$  :

$$- 20 \cdot \log \frac{\omega}{\omega_3} = - 20 \cdot \log 10 = - 20 \text{ dB}$$

y que también llevamos a cabo en el gráfico de la figura IX.36.

- Finalmente realizando la suma gráfica, en la figura IX.36. se halla las asíntotas a las cuales tiende la curva de respuesta en baja frecuencias.

La curva se separa de dichas asintotas en igual medida como se vió para altas frecuencias ya que dicha curva es una imagen especular de la anterior, de modo que a la frecuencia de quebradura se produce una caída de 3 dB respecto de la ganancia a frecuencias medias, por lo que dicha quebradura nos proporciona la frecuencia de corte inferior de la etapa que estamos estudiando.

Finalmente en la figura IX.37 llevamos a cabo la curva de variación de la fase de la transferencia en baja frecuencias.

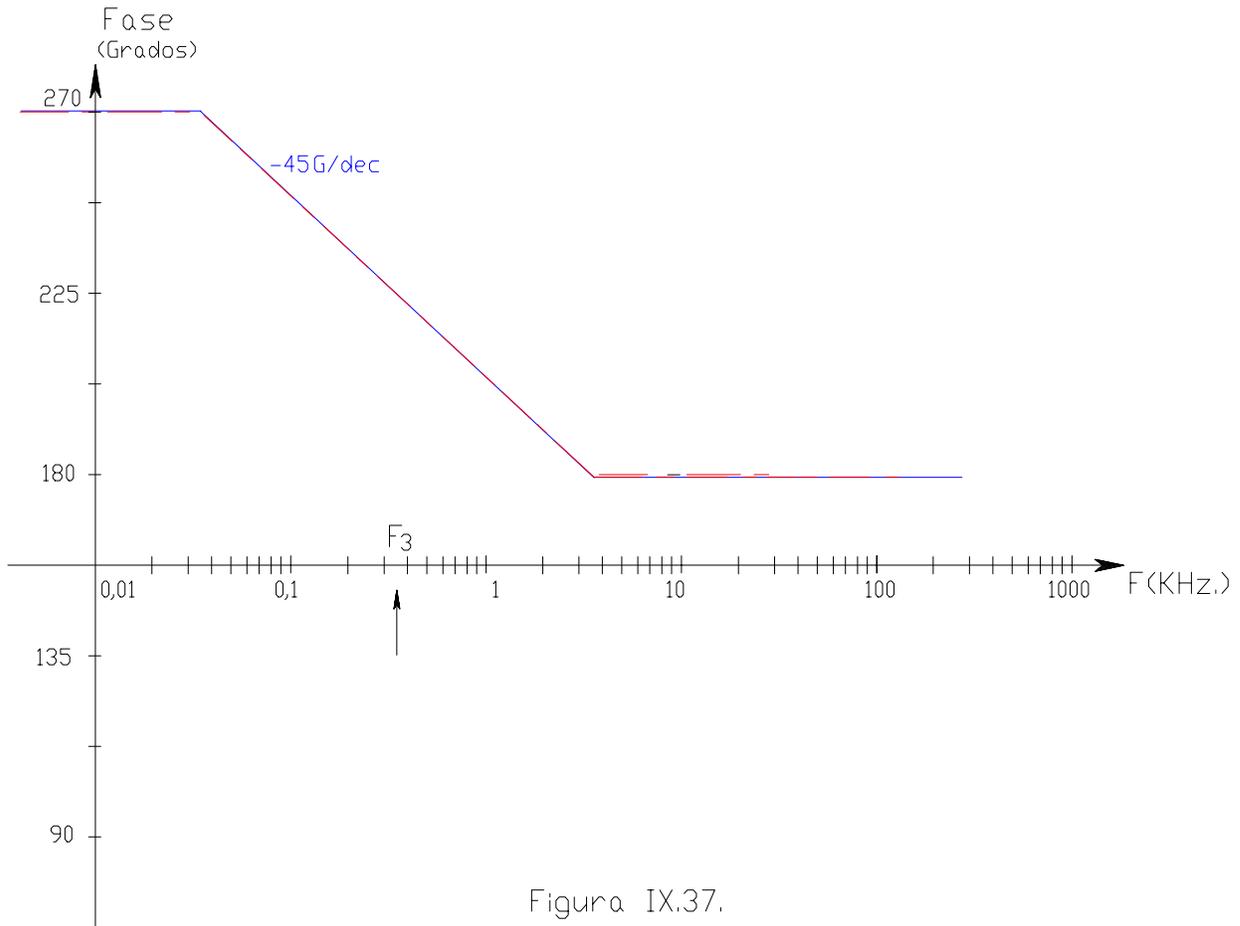


Figura IX.37.

**IX.11.- EJEMPLO DE CÁLCULO DE LA FRECUENCIA DE CORTE INFERIOR DE LA ETAPA EMISOR COMÚN**

A título de ejemplo tomemos la etapa que fuera estudiada en el transcurso del Capítulo II (E.A.I) y que se ha dibujado en la Figura II.14. en donde supondremos que  $C_i = C_o = 10 \mu F$  y  $C_E = 100 \mu F$  y sin considerar por ahora el acoplamiento en el circuito de salida. Para dicho circuito ya hemos calculado

$$R_{BT} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{18 \cdot 39 \cdot 10^3}{18 + 39} = 12,3 \text{ KOhm} ; \quad I_{CQ} = \frac{3,18 - 0,7}{(1,2 + 0,115) \cdot 10^3} = 1,9 \text{ mA}$$

$$V_{CEQ} = V_{CC} - I_{CQ} \cdot (R_C + R_E) = 10 - 1,9 \cdot (2,2 + 1,2) = 3,54 \text{ V}$$

En su momento recurrimos al Manual y hemos obtenido los siguientes valores para los parámetros híbridos:

$$h_{fe} = 1 \cdot 100 = 100 \quad - \quad h_{ie} = 0,6 \cdot 3,5 \cdot 10^3 = 2,1 \text{ KOhm} \quad - \quad h_{oe} = 2 \cdot 15,6 \cdot 10^{-6} = 31,2 \cdot 10^{-6} \quad \text{y} \quad r_o = 32 \text{ KOhm.}$$

En este circuito:  $R_d = R_C // R_L = \frac{2,2 \cdot 3,5 \cdot 10^3}{2,2 + 3,5} = 1,3 \text{ KOhm}$  y dado el valor de  $r_o$ , se verifica que  $R_d' = R_d$

La ganancia de tensión de la etapa amplificadora emisor común es:  $A_{V_m} = \frac{-h_{fe}}{h_{ie}} \dots R_d$

$$A_{V_m} = \frac{-100}{2,1 \cdot 10^3} \cdot 1,3 \cdot 10^3 = -61,9 \quad \text{y por lo tanto } /A_{V_m} /_{dB} = 20 \cdot \log /A_{V_m} / = 20 \cdot \log 61,9 = 35,8 \text{ dB}$$

$$[(h_{ie} // R_{BT}) + R_s] = (2,1 \text{ KOhm} // 1 \text{ KOhm}) + 12,3 \text{ KOhm} = 12,98 \text{ KOhm}$$

- Para  $\tau_i$ :

$$\tau_i = C_i \cdot [(h_{ie} // R_{BT}) + R_s] = 10 \cdot 10^{-6} \cdot 12,98 \cdot 10^3 = 129,8 \text{ mseg.}$$

- Para  $\tau_E$ :

$$\tau_E = C_E \cdot \frac{\{[h_{ie} + (R_{BT} // R_s)] / h_{fe}\} \cdot R_E}{\{[h_{ie} + (R_{BT} // R_s)] / h_{fe}\} + R_E} = 100 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{30,25 \cdot 1200}{30,25 + 1200} = 2,95 \text{ mseg.}$$

En consecuencia:

$$\omega_3 = -p_3 = \frac{1}{\tau_i} + \frac{1}{\tau_E} = \frac{1000}{129,8} + \frac{1000}{2,95} = 347 \text{ rad/seg.} \quad \text{por lo que } F_3 = 55 \text{ Hz}$$

Finalmente si aplicamos el mismo razonamiento y por el método de las constantes de tiempo, puede afirmarse que el capacitor de acoplamiento de salida impone un nuevo polo de baja frecuencia que puede obtenerse por simple inspección. Al observar que el mismo se descarga sobre el circuito serie de  $R_C$  y  $R_L$ , su constante de tiempo de descarga es:

$$\tau_o = C_o \cdot (R_C + R_L) = 10 \cdot 10^{-6} \cdot (2,2 + 3,5) \cdot 10^3 = 57 \text{ mseg.} \quad \text{Y entonces:}$$

$$\omega_o = -p_o = \frac{1}{\tau_o} = \frac{1000}{57} = 17,5 \text{ rad/seg.} \quad \text{por lo que } F_o = 2,8 \text{ Hz}$$

que resulta también muy inferior a  $p_3$  que continua siendo así el dominante.

#### IX.12.- COMPORTAMIENTO EN BAJAS FRECUENCIAS DE LAS CONFIGURACIONES BASE COMÚN Y COLECTOR COMÚN:

Tal como se observa en los problemas de aplicación al presente Capítulo, el análisis de la determinación del comportamiento en bajas frecuencias de las configuraciones base y colector común se encara por el procedimiento de simple inspección de los circuitos equivalentes para este rango de frecuencias, siguiendo la modalidad que quedo ejemplificada en el caso del emisor común.

Una diferencia importante de estas configuraciones en comparación con lo ya conocido para emisor común, es que no puede asegurarse la existencia de polo dominante en el rango de bajas frecuencias, motivo por el cual la frecuencia del polo que arroja como resultado el método de la sumatoria de las constantes de tiempo solo coincidiría con la frecuencia de corte inferior de la etapa si dicho polo fuese dominante, de lo contrario solo puede asegurarse que dicha frecuencia de corte estaría por encima de la frecuencia de dicho polo.

Aún así y por comparación con el desarrollo matemático llevado a cabo para la configuración emisor común, en los mismos problemas resueltos, se escriben las ecuaciones transferencias completas y luego mediante la resolución tradicional de los polinomios de segundo orden se calculan los valores de frecuencia en que ambos polos

de baja frecuencias se ubican, pudiéndose comparar los errores que se cometen cuando se acomete con el método de inspección o simplificado.

#### IX.13.- RESPUESTA EN FRECUENCIA DE LA RELACIÓN DE RECHAZO DE MODO COMÚN DE UNA ETAPA DIFERENCIAL:

Con anterioridad estudiamos el comportamiento en alta frecuencia de la etapa diferencial para la excitación de señal diferencial, comprobando que el suyo era coincidente con el comportamiento de una etapa emisor común. Complementaremos ahora dicho estudio, analizando el comportamiento frente a la señal de excitación de modo común.

Para la señal de modo común de entrada, la unión de los emisores ya no se halla a potencial de masa sino que allí, se tiene conectada la salida de la fuente de corriente, por lo que para la gama de altas frecuencias el circuito equivalente será, para dicha señal, el que se indica en la figura IX.38.

Los componentes  $R_{o3}$  y  $C_{cs}$  corresponden al transistor que desempeña las funciones de fuente de corriente. En este circuito, la impedancia  $Z_{o3}$  se ha duplicado en razón de que el mismo es solo el equivalente de medio circuito diferencial pero debe tener en cuenta la presencia de la otra mitad. Así, dicha impedancia resulta:

$$2 \cdot Z_{o3} = \frac{2 \cdot R_{o3}}{1 + s R_{o3} \cdot C_{cs}}$$

El estudio exacto del precedente circuito es lo suficientemente complicado como para intentar una razonable aproximación. Consideraremos para eso, a las constantes de tiempo de cada uno de los condensadores del esquema.

Para la parte superior del circuito se puede realizar un estudio totalmente idéntico al hecho para el modo diferencial y su comportamiento tendrá lugar en el mismo entorno de frecuencias en donde lo hacia para dicha señal diferencial, es decir alrededor de la frecuencia de corte superior ya definida ( $F_c$  aproximadamente igual a  $F_d$ ). En cambio la constante de tiempo  $R_{o3} \cdot C_{cs}$  de la salida de la fuente de corriente constante, al resultar  $R_{o3}$  grande, a medida que se requieren altas CMRR y siendo  $C_{cs}$  del orden de los pF, se tienen constantes de tiempo del orden de las decenas de  $\mu\text{seg.}$  o superiores, lo que da lugar a frecuencias de quebradura ( $F_{o3}$ ) inferiores a 10 KHz., es decir muy por debajo de la frecuencia de corte de la parte superior del circuito.

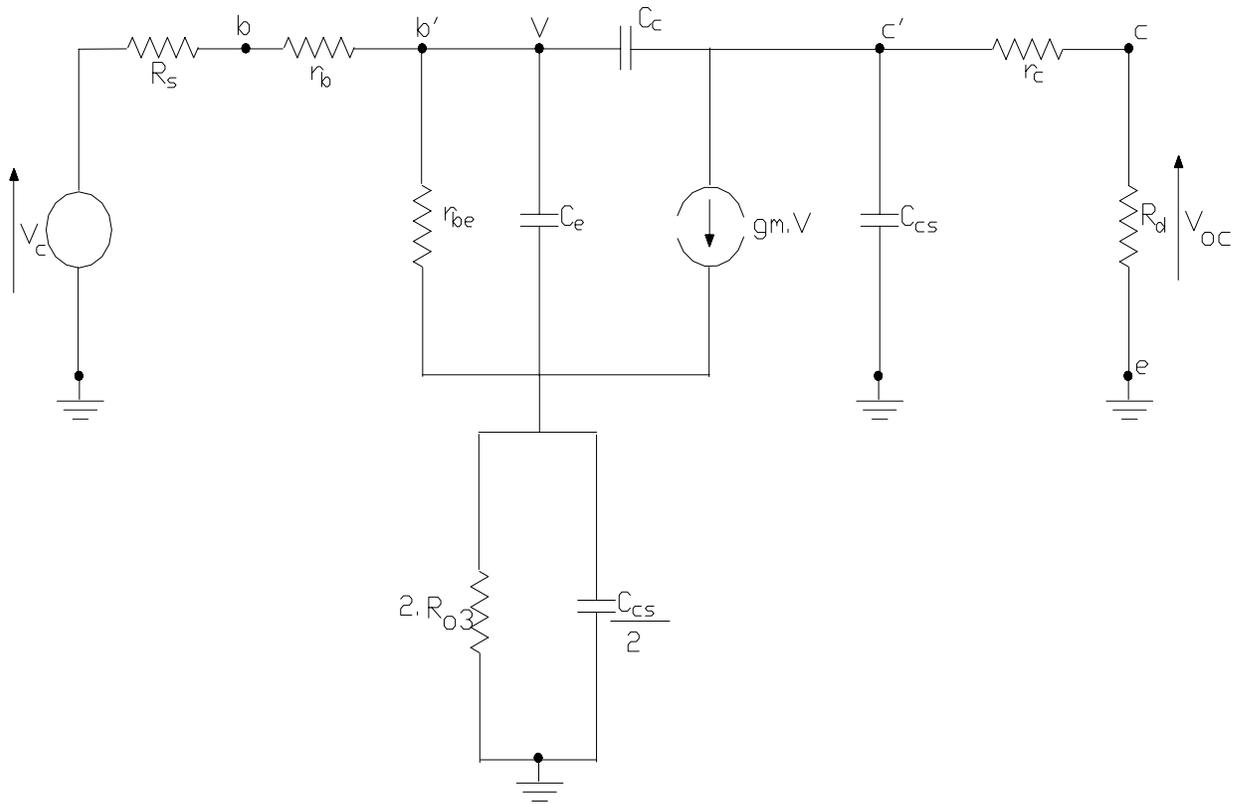


Figura IX.38.

Así como para frecuencias medias la expresión (IV.11.) establece la dependencia de la ganancia de modo común respecto de la resistencia de salida  $R_{o3}$  de la fuente de corriente de polarización, es decir:

$$A_{V_{cm}} = \frac{-R_d}{2 \cdot R_{o3}}$$

ahora, para altas frecuencias se puede expresar que:

$$A_{V_{ca}}(s) = \frac{-R_d}{2 \cdot Z_{o3}(s)} \quad \text{es decir:}$$

$$A_{V_{ca}}(s) = \frac{-R_d}{2 \cdot R_{o3}} (1 + s R_{o3} \cdot C_{cs}) \quad (\text{IX.48.})$$

observándose que esta transferencia posee un cero en alta frecuencia y al ser la relación de rechazo de modo común para alta frecuencias:

$$\rho_a(s) = \frac{A_{V_{da}}(s)}{A_{V_{ca}}(s)}$$

tal cero se constituirá en un polo de alta frecuencia en la relación  $\rho$ , polo que esta ubicado en una pulsación:

$$p_{o3} = \frac{-1}{R_{o3} \cdot C_{cs}}$$

que por lo dicho con anterioridad resulta inferior a las correspondientes a los polos y ceros de la ganancia diferencial, por lo que si realizamos un diagrama de Bode para este nuevo parámetro se tienen caídas como lo indica la figura IX.39. Puede comprobarse que la presencia de esta nueva singularidad hace empeorar el comportamiento del amplificador diferencial frente al modo común de excitación en su comportamiento para altas frecuencias.

En dicha figura se han superpuesto las respuestas de frecuencias altas de ambas ganancias, la diferencial y la de modo común, y luego mediante suma gráfica se ha obtenido la correspondiente a la Relación de Rechazo de Modo Común, pudiéndose comprobar que esta última posee una respuesta más limitada que la que correspondió a la ganancia de modo diferencial y que dicho efecto se debe al comportamiento en altas frecuencias de la fuente de corriente de polarización.

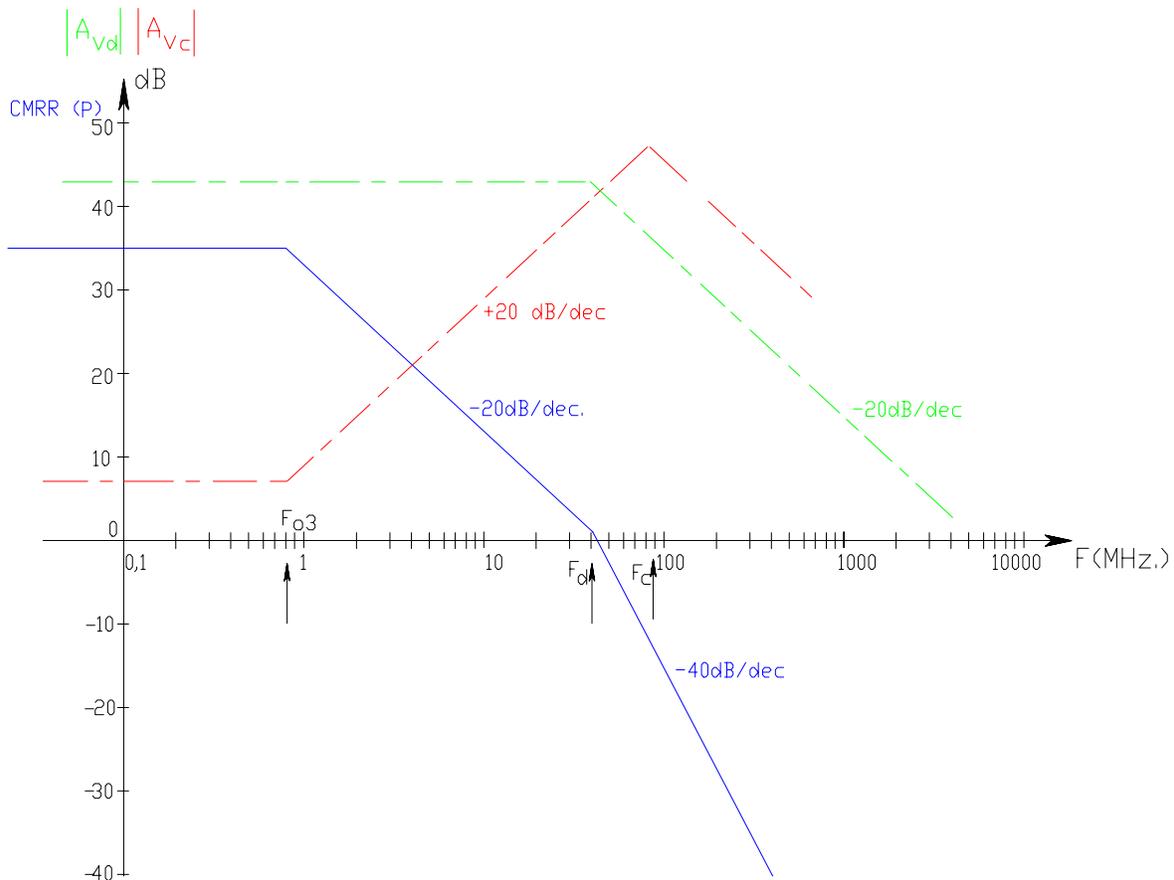


Figura IX.39.

**IX.14.- EXPRESIÓN TRANSFERENCIA COMPLETA (VALIDA PARA TODO EL ÁMBITO DE FRECUENCIAS) - RESPUESTA AL ESCALÓN:**

Para el ensayo del comportamiento de un circuito amplificador, especialmente cuando este deben manejar señales binarias o digitales, suelen utilizarse señales del tipo de pulsos. Con la finalidad de prever los resultados que puedan obtenerse consideraremos una etapa amplificadora genérica tal que en los rangos de altas y bajas frecuencias posee polos dominantes que condicionan la respuesta en frecuencia disponiendo sus frecuencias de corte superior e inferior, respectivamente. Así para dicha etapa procedemos a generar una expresión transferencia que sea válida en todo el espectro de frecuencias, es decir que incluya al cero en el origen y al polo dominante de baja frecuencias así como al polo de altas frecuencias.

Dicha ecuación transferencia es:

$$A_v(s) = \frac{A_{vm} \cdot s \cdot \omega_h}{(s - p_L) \cdot (s - p_h)} \quad (IX.49.)$$

en donde, tal como hemos visto:

$$\omega_L = -p_L \quad \text{y} \quad \omega_h = -p_h$$

siendo  $p_L$  y  $p_h$  los polos dominantes antes mencionados mientras que  $\omega_L$  y  $\omega_h$  las pulsaciones en que tales singularidades se encuentran ubicadas.

La ecuación transferencia descrita por la ecuación (IX.49.) puede ser interpretada como la relación entre la tensión de salida y la tensión de entrada o de excitación del amplificador, ambas expresadas en el dominio de la frecuencia compleja "s", es decir que puede plantearse:

$$V_o(s) = \frac{A_{vm} \cdot s \cdot \omega_h}{(s - p_L) \cdot (s - p_h)} \cdot V_s(s) \quad (IX.50.)$$

Seleccionando como señal de excitación a la función Escalón Unitario, dado que el resultado de su transformada de LAPLACE, para expresarla en el dominio de "s", resulta ser:

$$V_s(s) = \frac{1}{s}$$

reemplazando en la expresión (IX.50.) , la tensión de salida en el mismo dominio resulta:

$$V_o(s) = \frac{A_{vm} \cdot \omega_h}{(s - p_L) \cdot (s - p_h)} \quad (IX.51.)$$

Con la finalidad de comparar el formato de esta tensión con el correspondiente al escalón de excitación es necesario antitransformar la ecuación (IX.51.) con el objeto de obtener  $V_o(t)$  . Con esta finalidad empleamos el método de fracciones simples, de manera que:

$$V_o(s) = \frac{K_1}{(s - p_L)} + \frac{K_2}{(s - p_h)}$$

Las constantes  $K_1$  y  $K_2$  son los llamados residuos de los polos  $p_L$  y  $p_h$  respectivamente por lo que para su determinación procedemos a realizar:

$$K_1 = \lim_{s \rightarrow p_L} [V_o(s) \cdot (s - p_L)] = \frac{A_{vm} \cdot \omega_h}{(p_L - p_h)}$$

$$K_2 = \lim_{s \rightarrow p_h} [V_o(s) \cdot (s - p_h)] = \frac{A_{vm} \cdot \omega_h}{(p_h - p_L)}$$

concluyéndose que:

$$K_1 = -K_2 = \frac{A_{vm} \cdot \omega_h}{p_L - p_h} = \frac{A_{vm} \cdot \omega_h}{-\omega_L + \omega_h} \quad \text{y antitransformando:}$$

$$V_o(t) = K_1 \cdot e^{p_L \cdot t} + K_2 \cdot e^{p_h \cdot t} = K_1 \cdot (e^{-\omega_L \cdot t} - e^{-\omega_h \cdot t})$$

finalmente, considerando que normalmente  $\omega_h \gg \omega_L$  resulta  $K_1 = A_{vm}$  y reemplazando, la tensión de salida es:

$$V_o(t) = A_{vm} \cdot (e^{-\omega_L \cdot t} - e^{-\omega_h \cdot t}) \quad (IX.52.)$$

La ecuación (IX.52.) nos describe que siendo la señal de entrada una función escalón, en la salida se obtienen señales del tipo exponencial por lo que es de esperar una apreciable deformación de dicho escalón. Para poder observar la influencia de ambas funciones exponenciales debemos realizar el correspondiente diagrama temporal y dado que los valores de los exponentes son notoriamente distintos, para ello deberemos seleccionar dos escalas de tiempos, una de tiempos relativamente pequeños (del orden de los nseg. o  $\mu\text{seg.}$ ) en donde la exponencial

dependiente de  $\omega_h$  toma valores finitos, mientras que la restante es prácticamente  $e^0 = 1$ , y la otra de tiempos mayores.

Entonces, para tiempos relativamente pequeños a partir de que se produce el salto en el escalón de excitación:

$$V_o(t) = A_{vm} \cdot (1 - e^{-\omega_h \cdot t}) \quad (IX.53.)$$

Luego representando esta función normalizada respecto del valor de  $A_{vm}$  y superpuesta con la señal de excitación se obtiene como resultado la función temporal que se observa en la figura IX.40.

Se observa que mientras que la salida esperada o ideal sería coincidente con la representación de la excitación, lo que se obtiene en la realidad a la salida es la curva exponencial, vale decir que dicha señal de salida contiene una importante deformación que puede ser cuantificada mediante la definición del Tiempo de Crecimiento o Establecimiento (Rise Time). Como se recordará dicho parámetro se define como el tiempo que debe transcurrir para que la señal de salida se establezca, tomándose para su medición los instantes de tiempo en que se producen el valor inicial o 10 % del valor final y el valor final o 90 % de dicho valor.

En la figura IX.40 se han llamado  $t_1$  y  $t_2$  a dichos tiempos, por lo que el tiempo de crecimiento resulta ser:

$$T_R = t_2 - t_1$$

y dado que en dicha figura se ha tomado como ejemplo una frecuencia de corte superior  $F_h = 159,2$  KHz., es decir  $\omega_h = 1$  Mrad/seg.:

$$0,9 = 1 - e^{-t_2 (\mu\text{seg.})} \quad \text{así} \quad t_2 = 2,3 \mu\text{seg.} \quad ; \quad 0,1 = 1 - e^{-t_1 (\mu\text{seg.})} \quad \text{así} \quad t_1 = 0,1 \mu\text{seg.}$$

Con lo que en consecuencia:

$$T_R = t_2 - t_1 = 2,3 - 0,1 = 2,2 \mu\text{seg.}$$

En general para cualquier valor de  $\omega_h$  y por las propiedades de esta función exponencial resulta ser:

$$T_R = \frac{2,2}{\omega_h} \quad \text{o bien} \quad T_R = \frac{0,35}{F_h} \quad (IX.54.)$$

constituyéndose en un parámetro muy eficaz para medir la deformación que introduce el amplificador o bien un método de ensayo adecuado para obtener la frecuencia de corte superior de la etapa mediante una única medición (en reemplazo de la curva de respuesta en frecuencia, para cuya consecución se necesitan realizar un buen número de mediciones como puntos de la curva se deseen relevar).

Este tipo de deformación precisamente tiene lugar debido a la incapacidad del amplificador para amplificar todo el espectro de altas frecuencias dado que el cambio abrupto de 0 a 1 por parte de la función de excitación puede interpretarse a través de una serie poliarmónica de infinitas componentes, mientras que a la salida del mismo solo se obtendrán aquellas componentes ubicadas dentro de la banda pasante del amplificador, la pérdida de aquellas componentes ubicadas por arriba de  $F_h$  es la responsable de la observada deformación.

Volviendo a la expresión (IX.52.) si ahora tomamos tiempos largos para su estudio, comprobamos que la exponencial dependiente de  $\omega_h$  es prácticamente:

$$e^{-\text{infinito}} = 0$$

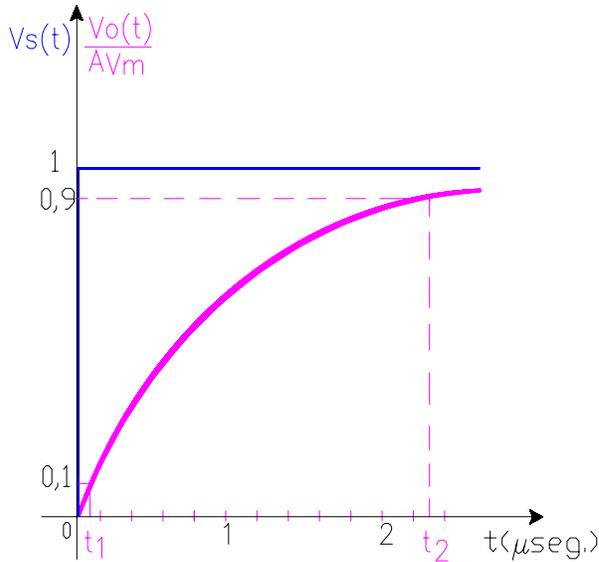


Figura IX.40.

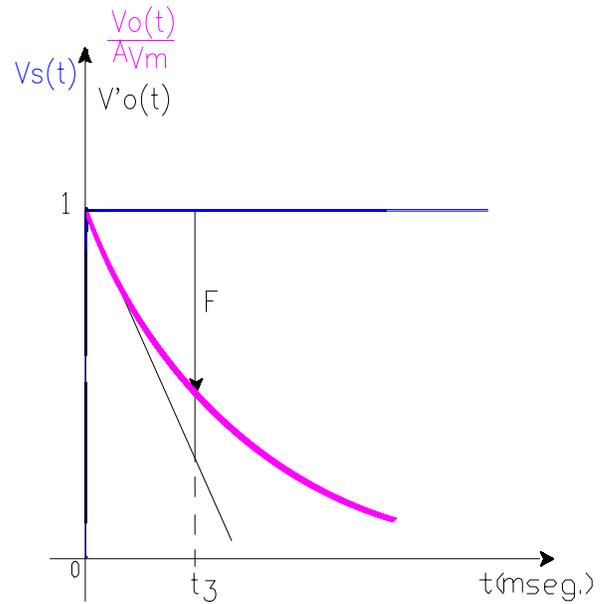


Figura IX.41.

por lo que para esta escala de tiempos la función se puede aproximar a  $V_o(t) = A_{Vm} \cdot e^{-\omega_L \cdot t}$  (IX.55.)

Otra vez esta función normalizada respecto del valor de  $A_{Vm}$  se ha representado gráficamente en la figura IX.41. observándose un apartamiento respecto de la excitación. Una manera de cuantificar dicho apartamiento sería la medición de la Flecha en un cierto tiempo  $t_3$ . Si dicho  $t_3$  no está muy alejado del origen como para poder aproximar la función exponencial a la pendiente de la misma en el origen, resulta:

$$V'_o(t) = 1 - \omega_L \cdot t$$

y para dicho  $t = t_3$   $V'_o(t=t_3) = 1 - \omega_L \cdot t_3$  y en consecuencia la Flecha porcentualmente será:

$$F(\%) = \frac{V'_o(t=0) - V'_o(t=t_3)}{V'_o(t=0)} \cdot 100 = \frac{1 - (1 - \omega_L \cdot t_3) \cdot 100}{1} = \omega_L \cdot t_3 \cdot 100$$

Como conclusión a esto, por un lado nuevamente la medición de la Flecha y el tiempo  $t_3$  en la que ella se produce nos permite mediante una sola medición, determinar ahora la pulsación de corte inferior  $\omega_L$ . Por otro lado es evidente que la característica del circuito amplificador con acoplamiento de alterna es impedir el sostenimiento de un nivel continuo de tensión a la salida motivo por el cual se produce la caída exponencial cuya mayor o menor profundidad puede ser cuantificada con la Flecha en un cierto tiempo  $t_3$ , siendo ésta tanto mayor cuanto mayor sea la frecuencia de corte inferior de la etapa amplificadora.